Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas

Máquinas Eléctricas
(4º Curso)

Apuntes de la asignatura. Curso 2001/2002

Juan José Sánchez Inarejos

Tema 1. **FUNDAMENTOS DE MÁQUINA ELÉCTRICAS.**

1.1. Introducción a las máquinas eléctricas.

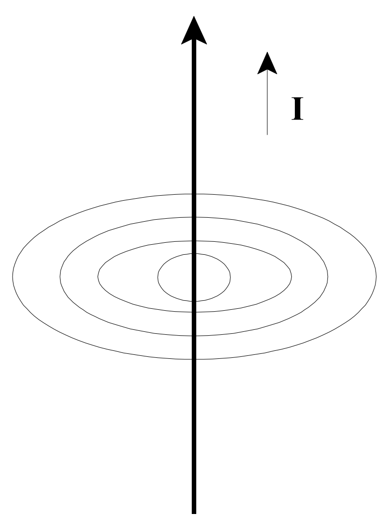
1.1.1. Generalidades.

Máquina eléctrica, en general, sería cualquier artefacto eléctrico capaz de realizar una transformación de la energía eléctrica. Por ejemplo, un encendedor piezoeléctrico, un alternador de una central térmica, un transformador, o una simple bombilla, pueden considerarse como máquinas eléctricas en un sentido lato.

En este curso estudiaremos sólo una parte de las máquinas eléctricas: aquellas que convierten la energía eléctrica en energía mecánica (motores eléctricos) o la energía mecánica en eléctrica (generadores) por intermedio de un campo magnético. También se estudiarán los transformadores, dado que su funcionamiento requiere de un campo magnético intermedio que hace de puente entre dos configuraciones diferentes (en cuanto a tensión e intensidad) de la energía eléctrica.

La importancia de las máquinas eléctricas en el funcionamiento de la industria y en la forma de vida actual es evidente. Si se compara a estas máquinas con otras que pudieran tener parecidas prestaciones (las máquinas de combustión interna por ejemplo), siempre que se tenga acceso a una fuente de alimentación de energía eléctrica, los motores eléctricos tienen ventaja. Son máquinas limpias, silenciosas, versátiles, compactas, fáciles de mantener, etc. Su problema principal sea quizás la dependencia de la alimentación.

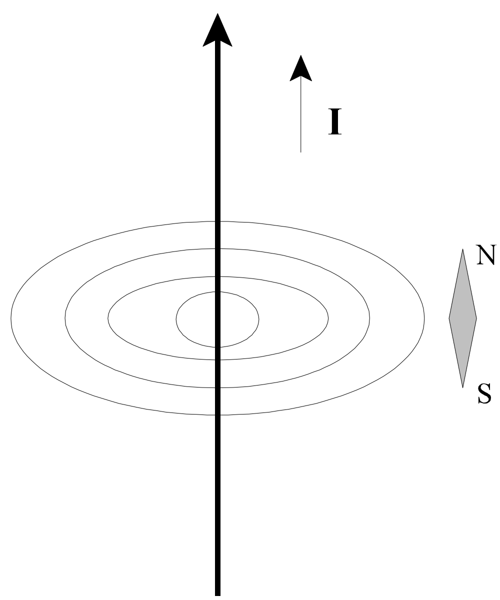
1.1.2. Construcción y principio de funcionamiento.



Como decíamos más arriba las máquinas eléctricas que estudiaremos en este curso utilizan un campo magnético intermedio para la realizar la conversión de la energía (de eléctrica a mecánica o de eléctrica a eléctrica).

Construyamos una máquina eléctrica elemental para ilustrar el principio de funcionamiento:

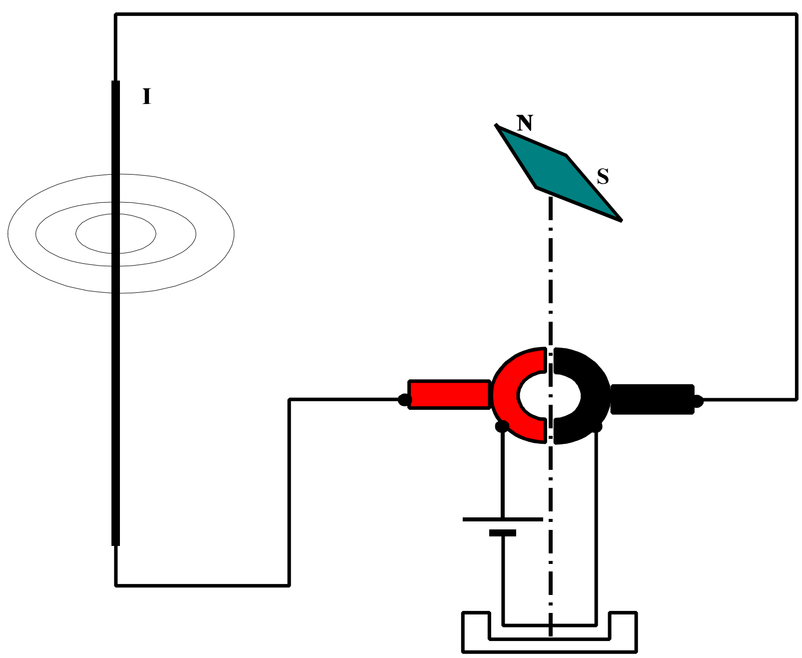
Es conocido que toda corriente eléctrica lleva asociado una campo magnético. Por ejemplo si tenemos un conductor rectilíneo recorrido por una corriente continua ***I,*** en sus proximidades aparecerá un campo magnético que se suele representar por sus líneas de fuerza (concéntricas al conductor y tanto más próximas unas a otras donde más intenso es el campo). La intensidad del campo magnético dependerá de la magnitud de la corriente, pero aun siendo ésta alta, el campo magnético que se obtenga en el aire que circunda al conductor no lo será tanto, dado que el aire no es un medio, llamemos favorable, a la creación de campos magnéticos. En cualquier caso, sí existirá un campo (sea cual sea su valor) y este campo interactuará magnéticamente con todos los elementos sobre los que su influencia sea apreciable. Así, si se dispone de un pequeño imán (una aguja imantada por ejemplo), ésta se orientará en la dirección del campo magnético creado por la corriente. Concretamente la posición en la que se quedará la aguja será la indicada en la figura: polo norte en la dirección de las líneas de fuerza.



Si la aguja se pone en otra dirección que no sea la indicada, ésta girará hasta orientar polos norte y sur en la dirección marcada por el campo (suponiendo que se le permite girar libremente sobre un eje).

Si se quiere conseguir un giro continuo de la aguja, no hay más que iniciar ese giro situando la aguja en la posición S-N, entonces la aguja girará hacia la posición N-S, y cuando haya llegado a esa posición, si se invierte el sentido de la corriente, se cambiará también el sentido del campo magnético, lo que hará que la aguja intente volver a la posición inicial S-N. Con ayuda de la inercia de la aguja, y sincronizando adecuadamente la inversión de la corriente en el cable con la posición de la aguja, se puede conseguir que ésta gire de forma continua.

Una mecanismo que realizara la sincronización deseada sería el siguiente:



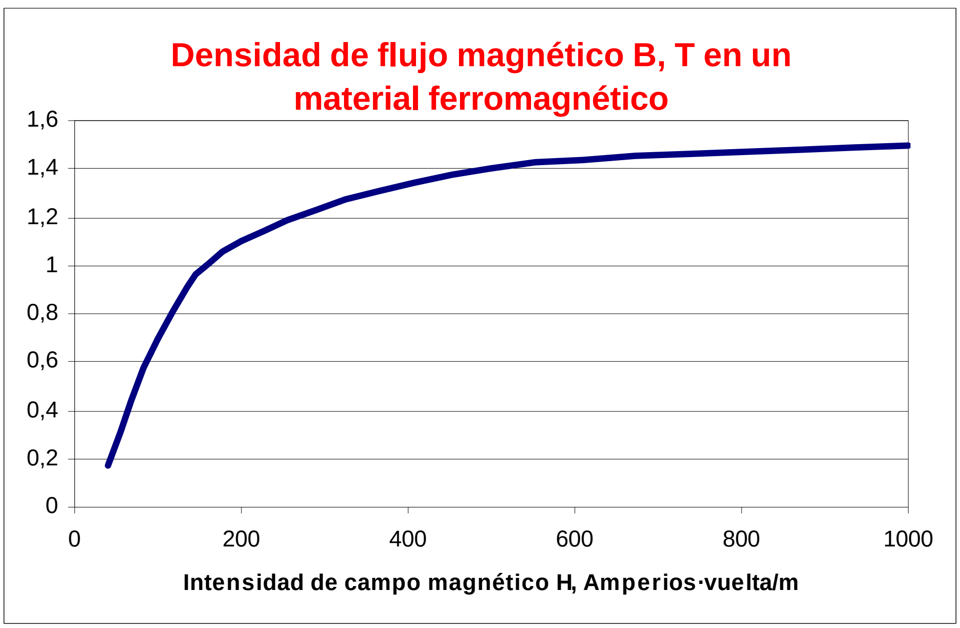
Se trata de montar junto con la aguja (giratoria) la fuente de alimentación que mandará corriente al cable (fijo) que genera el campo magnético, de forma que cada vez que la aguja gire 180º, la corriente en el cable se invierta. Este efecto se consigue si los bornes de salida de la fuente se construyen en forma de casquillos, sobre los que irán rozando los bornes del cable construidos en forma de escobillas .

Materiales ferromagnéticos.

Evidentemente, el diseño realizado es susceptible de mejoras, la primera de ellas consiste en utilizar materiales que sean buenos conductores de los campos magnéticos o que incluso los acrecienten. Si la transmisión del campo magnético desde el cable que lo genera (estator) hasta la aguja (rotor) con la que actuará, se hace a través del aire, se necesitarán corriente extraordinariamente elevadas para conseguir un efecto medianamente apreciable. Pero si en vez de aire se utilizan materiales ferromagnéticos, con corriente moderadas, se podrán conseguir los mismos o mayores efectos.

Los materiales ferromagnéticos (hierro, cobalto, níquel, y algunas de sus aleaciones) tienen dentro de su propia estructura molecular tendencia a alinear los campos magnéticos de sus átomos. De tal suerte, que de forma natural, en el interior de estos materiales se pueden encontrar pequeñas zonas, llamadas dominios, en las que el campo magnético de los átomos de ese lugar están orientados en una dirección concreta. Macroscópicamente el campo magnético de una pieza de hierro puede que no sea significativo, dado que los dominios tienen direcciones diferentes que cancelan los efectos de unos sobre otros. Pero, si tales dominios se orientasen —mediante la acción de un campo exterior— el campo magnético resultante podría llegar a ser muy alto.

Efectivamente, en el gráfico adjunto se muestra cómo evoluciona la densidad de



flujo magnético ***B*** dentro de un acero normal, frente a la excitación producida por una corriente eléctrica. Esta excitación se mide mediante la intensidad del campo magnético producido por las corrientes de excitación en Amperios·vuelta/m (para aprovechar mejor el efecto de la corriente de excitación, se construye con el cable por el que circulará la corriente, un solenoide que abrace al material magnético).

Ampere, postuló una teoría para encontrar el intensidad de campo magnético ***H***, generada por diferentes corrientes eléctricas. Esta teoría, conocida como ley de Ampere, indica que la circulación de la magnitud ***H*** (intensidad de campo magnético) a lo largo de una curva cerrada, coincide con la corriente neta que atraviesa la superficie que determina dicha curva.

$$\oint Hdl = I_{net}$$

De modo que con una distribución concreta de corrientes se obtendría una distribución de intensidad de campo magnético correspondiente. (Se trata pues de una relación exclusivamente geométrica.)

Dependiendo del material donde se sitúen las corrientes que generan el campo magnético, la acción que tales corrientes producirán sobre la materia será una u otra. Ese efecto se mide mediante la magnitud ***B*** (inducción magnética, o más popularmente: densidad de flujo magnético). La relación entre una y otra es:

***B* = :*H*,**

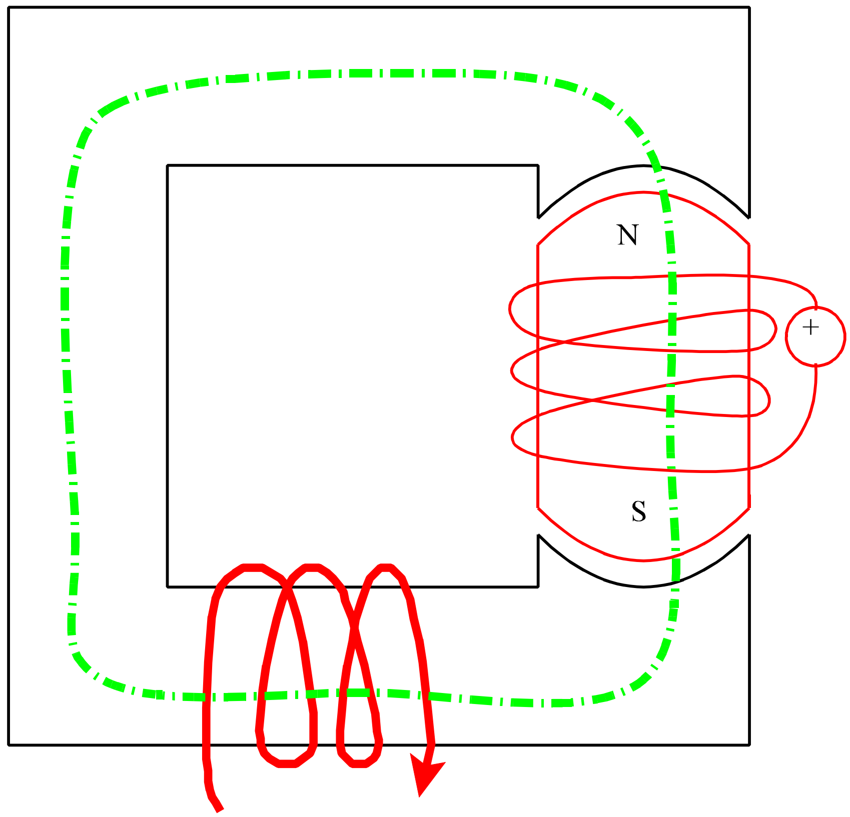
siendo **:** la permeabilidad del medio (para el vacío 4BA10^{-7}H/m).

De la gráfica, se observa que hay dos zonas bien diferenciada. Una, donde la densidad de flujo crece rápidamente (: es del orden de 6000 veces la permeabilidad del vacío para excitaciones de 100 AAvueltas/m). Y otra, llamada de saturación, en la que ***B*** ya no crece tan deprisa (para H 1000 AAvueltas/m, : es del orden de 1000 veces la del vacío). La primera zona corresponde con la orientación de los dominios magnéticos, mientras que la zona de saturación aparece cuando ya se han orientado la mayor parte de los dominios y empieza a comportarse el material ferromagnético como si fuese aire —realmente, aún le falta mucho para ser igual que el aire, pero lleva comino de serlo.

Máquina mejorada.

La primera mejora será pues, llevar hasta la aguja móvil, un campo magnético lo más enérgico posible. La mejor forma para ello, sería disponer la aguja dentro de un material ferromagnético. Lo malo es, que entonces, la aguja no podría moverse. Por tanto, inevitablemente, la parte móvil de la máquina debe estar separada por un espacio, que se procurará sea mínimo, de aire (a veces hidrógeno) denominado entrehierro. Tampoco vale con que en las proximidades de la aguja magnética se disponga un trozo de hierro de cualquier manera. Es necesario llevar hasta la parte móvil de la máquina, el campo magnético inductor en su máxima plenitud, es decir: lo más orientado que sea posible.

Un buen diseño por tanto podría ser el mostrado en el gráfico siguiente:



Circuitos magnéticos.

En el diseño anterior, observamos que el hierro funciona aquí como lo hacen los cables en los circuitos eléctricos, es decir: se puede llevar la acción magnética mediante materiales ferromagnéticos a la distancia que se quiera, sin pérdida notable. En otras palabras, el magnetismo va por el hierro sin dificultad, mientras que saltar al aire le cuesta más trabajo.

Una vez excitado el hierro, el campo magnético en su interior, es por ejemplo 5000 o 6000 veces superior que el del exterior, de modo que una buena aproximación es suponer que la densidad de flujo en el aire es nula. Con esta suposición, y aplicando la ley de Gauss del campo magnético que dice que el flujo magnético en cualquier superficie cerrada es siempre cero (lo que entra por un lado tiene que salir por otro), se llega inmediatamente a una teoría de los circuitos magnéticos en la que el flujo **N** opera como una especie de corriente magnética, la intensidad eléctrica inductora nI hace las veces de f.e.m., ahora llamada fuerza magnetomotriz; y las resistencias eléctricas tienen ahora un homólogo llamado reluctancia.

(Ejercicio: Encontrar la expresión de la reluctancia del circuito magnético de la máquina del diseño mejorado.)

Variantes del diseño.

Imán permanente en vez de aguja imantada.
Electroimán en vez de imán permanente.
Culata cilíndrica en vez de prismática.

Otros diseños.

Motor de reluctancia.
Motor paso a paso.
Generador síncrono.

Otras leyes:

Ley de inducción de Faraday-Henry:

$$E = -\frac{df}{dt}$$

Fuerza magnética ejercida sobre un conductor recorrido por una corriente:

$$F = I(lxB)$$

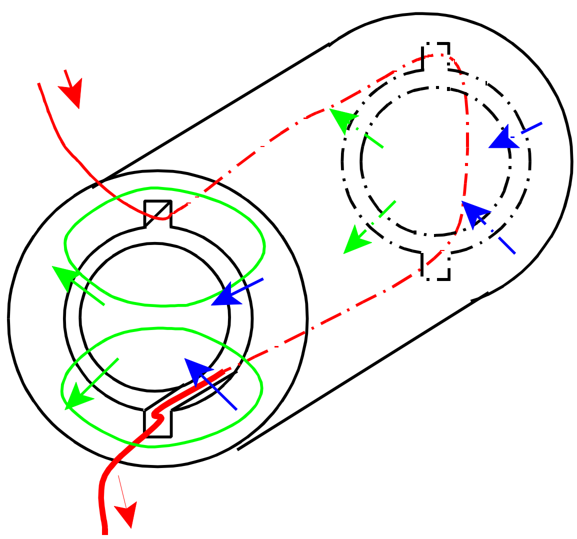
1.1.3. **Generación de campos magnéticos giratorios.**

Campo creado por una bobina diametral.

Consideremos la máquina mostrada en la figura inferior. En ella se observa la disposición de una bobina en el estator que recorre toda la periferia de éste (a esta disposición de le llama diametral). Cuando por la bobina circule una corriente, ésta actuará como fuerza magnetomotriz, dando lugar a la aparición de un circuito magnético, dado que los materiales utilizados son ferromagnéticos.

La forma en la que se establecerá el flujo magnético del circuito, se muestra en la figura. Suponemos que la permeabilidad del hierro es muy grande en comparación con la del aire, y además, que el entrehierro es pequeño (si el entrehierro fuese muy grande, el flujo magnético del circuito creado por la bobina diametral, quizás se cerrase por otro camino distinto del rotor).

Si queremos evaluar cuánto vale la densidad de flujo magnético en la superficie exterior del rotor (allí es donde dispondremos de conductores que recibirán directamente la acción magnética producida en el estator), podemos aplicar lo aprendido sobre las circuitos magnéticos para obtener un resultado aproximado.



En el gráfico se ve que el flujo magnético tiene dos ramas que confluyen sobre el rotor. Todo este flujo magnético es generado por la corriente que da sólo una vuelta. Si la reluctancia del hierro es nula, entonces la ecuación del circuito magnético será:

Ni (N=1) = 2*N / : A

si se pone N = BA

i=2*B/:, B= i :/2*

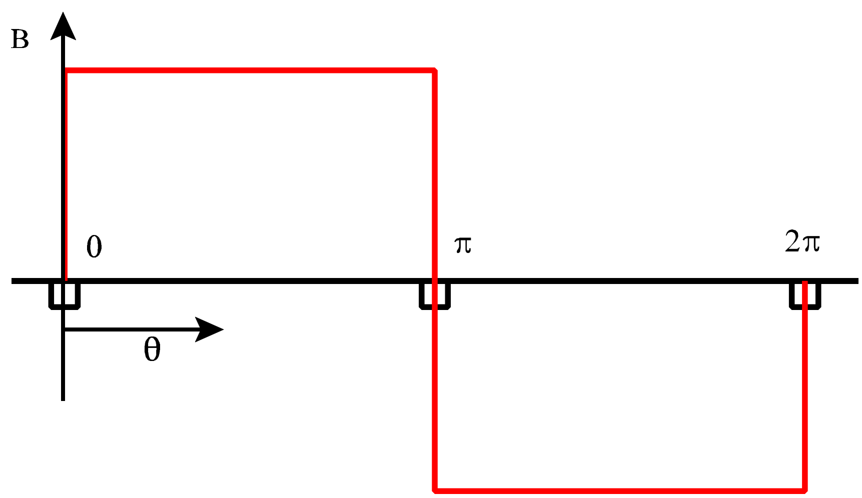
y si se recuerda que B = :H,

H = i/2*

Concluimos por tanto, que tanto la densidad de flujo magnético ***B***, como la intensidad de campo magnético ***H***, en el entrehierro, son proporcionales a la corriente que las ha producido.

Campo producido por una corriente alterna seonidad.

Si desarrollásemos el entrehierro de la máquina y dibujásemos la distribución de campo obtenida (***B*** o ***H***), se tendría una curva como la siguiente:



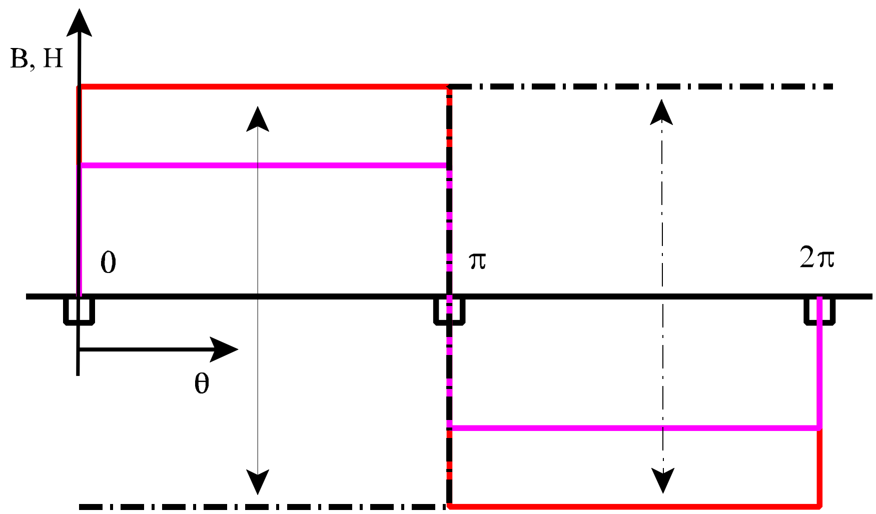
Se tiene el entrehierro dividido en dos partes, según sea la dirección del campo magnético resultante; en una mitad positivo y la otra mitad negativo. El ángulo geométrico 2 nos puede servir para medir la distribución de campo.

Evidentemente, si la corriente que produce este campo es fija, el campo también lo será (densidad de flujo e intensidad del campo magnético constantes), pero si la intensidad varía, también lo hará la distribución de campo.

Supongamos que la intensidad varía de forma senoidal, es decir:

i(t) = *I* sen *(wt)*

Entonces, la densidad de flujo *B* resultante, seguirá teniendo una distribución rectangular a lo largo del entrehierro, pero ahora esa distribución será pulsante. Esto es lo que se quiere representar con la siguiente gráfica:



Una forma analítica de representar esta distribución de campo magnético, podría ser la siguiente:

$$i(t) = I\,\mathrm{sen}(wt)$$

$$H(t,q) = \frac{I}{2d}\mathrm{sen}(wt)A(q)$$

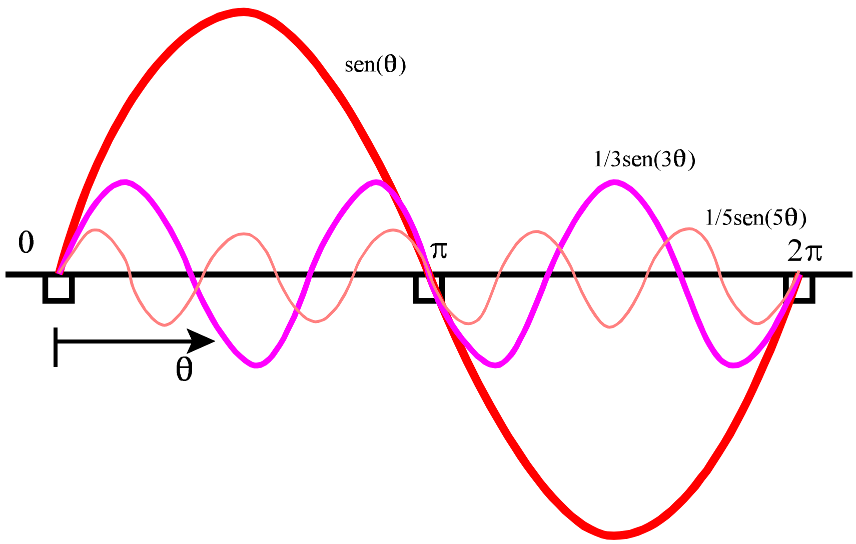
$$A(q) = 1 \qquad 0 < q < p$$

$$A(q) = -1 \qquad p < q < 2p$$

La expresión *A(2)*, no es muy práctica para trabajar con ella. Una forma de soslayar este inconveniente es descomponer la en serie de senos:

$$A(q) = \frac{4}{p}\left[\mathrm{sen}q + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\,3q + \frac{1}{5}\mathrm{sen}\,5q + \ldots\right]$$

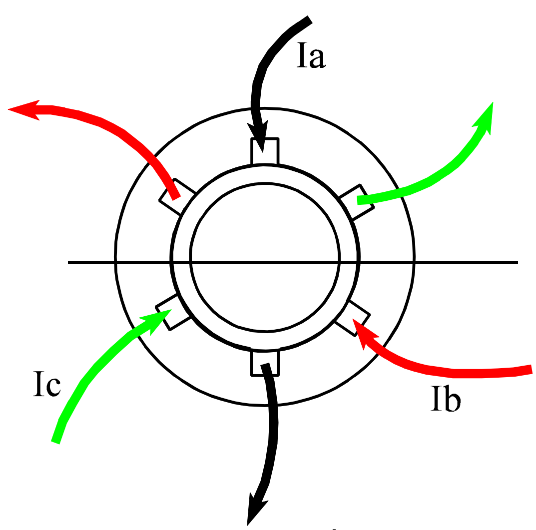
De forma gráfica esa descomposición se expresaría:



En cuanto al campo magnético generado por la corriente senoidal, éste se podría expresar de la forma siguiente:

$$H(q,t) = \frac{2I}{pd}\,\mathrm{sen}(wt)\left[\mathrm{sen}q + \frac{1}{3}\mathrm{sen}3q + \frac{1}{5}\mathrm{sen}5q + \ldots\right]$$

Demos un paso más, y supongamos ahora que se tienen tres conductores distribuidos equidistantemente en el estator, es decir: si el primer conductor se sitúa en la posición de ángulo *2=0* el conductor *a*; el segundo en la posición *2=120º* el conductor *b*; y el tercero en la posición *2=240º* el conductor *c*. Al mismo tiempo supongamos que estos conductores se alimentan con corrientes que están desfasadas en el tiempo 120º eléctricos. De forma que el conductor a tiene desfase cero, el b un retraso de 120º y el c un retraso de 240º. El resultado gráfico y analítico de los que estamos diciendo sería el siguiente:



$$H_a(q,t) = \frac{2I}{pd}\,\mathrm{sen}(wt)\left[\mathrm{sen}\,q + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\,3q + \frac{1}{5}\mathrm{sen}\,5q + \ldots\right]$$

$$H_b(q,t) = \frac{2I}{pd}\,\mathrm{sen}\left(wt + \frac{2p}{3}\right)\left[\mathrm{sen}\left(q + \frac{2p}{3}\right) + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\left(3\left(q + \frac{2p}{3}\right)\right) + \frac{1}{5}\mathrm{sen}\left(5\left(q + \frac{2p}{3}\right)\right) + \ldots\right]$$

$$H_c(q,t) = \frac{2I}{pd}\,\mathrm{sen}\left(wt + \frac{4p}{3}\right)\left[\mathrm{sen}\left(q + \frac{4p}{3}\right) + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\left(3\left(q + \frac{4p}{3}\right)\right) + \frac{1}{5}\mathrm{sen}\left(5\left(q + \frac{4p}{3}\right)\right) + \ldots\right]$$

Y ahora, descomponiendo el producto de senos por la suma :

$$\mathrm{sen}\,A \bullet \mathrm{sen}\,B = \frac{1}{2}\left(\cos(A-B) - \cos(A+B)\right)$$

$$H_a(q,t) = \frac{I}{pd}\left\{\begin{array}{l} \cos(wt - q) - \cos(wt + q) + \\ + \frac{1}{3}\left(\cos(wt - 3q) - \cos(wt + 3q)\right) + \\ + \frac{1}{5}\left(\cos(wt - 5q) - \cos(wt + 5q)\right) + \ldots \end{array}\right\}$$

$$H_b(q,t) = \frac{I}{pd}\left\{\begin{array}{l} \cos(wt - q) - \cos\left(wt + q + \frac{4p}{3}\right) + \\ + \frac{1}{3}\left(\cos\left(wt - 3q - \frac{4p}{3}\right) - \cos\left(wt + 3q + \frac{8p}{3}\right)\right) + \\ + \frac{1}{5}\left(\cos\left(wt - 5q - \frac{8p}{3}\right) - \cos\left(wt + 5q + \frac{12p}{3}\right)\right) + \ldots \end{array}\right\}$$

$$H_c(q,t) = \frac{I}{pd}\left\{\begin{array}{l} \cos(wt - q) - \cos\left(wt + q + \frac{8p}{3}\right) + \\ + \frac{1}{3}\left(\cos\left(wt - 3q - \frac{8p}{3}\right) - \cos\left(wt + 3q + \frac{16p}{3}\right)\right) + \\ + \frac{1}{5}\left(\cos\left(wt - 5q - \frac{16p}{3}\right) - \cos\left(wt + 5q + \frac{24p}{3}\right)\right) + \ldots \end{array}\right\}$$

Aplicando el principio de superposición, y considerando que el campo magnético resultante es la suma de los producidos por cada una de las bobinas *a*, *b* y *c*, se tendrá:

$$H_{total} = H_a + H_b + H_c = \frac{3I}{pd}\left[\cos(wt - q) - \frac{1}{5}\cos(wt + 5q) + \ldots\right]$$

Lo cual quiere decir: que se tiene un campo magnético giratorio favorable y otro contrario.

¿De qué velocidad y de qué cuantías?

1.2. Rendimientos.

1.2.1. Pérdidas y rendimientos.

El calor que se genera en las máquinas eléctricas es una de las servidumbres más notables del proceso de conversión de energía eléctrica en mecánica, o viceversa, en el sentido de que al no ser posible tener un rendimiento unidad en la conversión de la energía, las pérdidas se manifiestan en forma de calor en el seno de la máquina.

Tres son los tipos de pérdidas que se pueden encontrar en una máquina eléctrica: mecánicas, magnéticas y eléctricas. Analicemos brevemente cada una de ellas.

Pérdidas mecánicas.

Son las debidas a los rozamientos de las piezas móviles: ejes, cojinetes, rodamientos, ventilador, escobillas, etc. La cuantía de estas pérdidas depende en gran medida de la velocidad de giro de la máquina, dado que, como es sabido, la mayor parte de estos rozamientos son de origen viscoso, y en consecuencia, dependen directamente de la velocidad. Debido al hecho de que en muchas ocasiones las máquinas eléctricas funcionan en regímenes sensiblemente constantes hace, que las pérdidas mecánicas también lo sean.

La cuantía de estas pérdidas es pequeña (como máximo, del orden del 15 por ciento de las pérdidas totales).

Pérdidas magnéticas.

Las pérdidas magnéticas aparecen en los materiales magnéticos por dos efectos: la histéresis, y las corrientes parásitas. Se comprende que ambos efectos sólo aparecerán cuando las masas magnéticas sean sometidas a campos magnéticos variables; variaciones que pueden aparecer, bien porque se tengan campos magnéticos variables, o bien, porque aunque los campos magnéticos sean constantes, las masas magnéticas están en movimiento.

No resulta difícil encontrar una expresión empírica que relacione las pérdidas magnéticas, con algunas de las variables de las que depende, como la frecuencia y la densidad de flujo magnético. Que dependen las pérdidas magnéticas de la frecuencia empleada en el proceso es más que evidente: el área de un ciclo de histéresis representa la energía perdida en cada ciclo: y la frecuencia mide el número de ciclos que se producen en un segundo. De un modo similar, se puede justificar el hecho de que exista una dependencia bastante lineal entre las pérdidas por histéresis, y el cuadrado del valor máximo de la densidad de flujo magnético, B; dado que se comprende, que el área del ciclo de histéresis es proporcional al área del cuadrado en el que se inscribiera, que a su vez es proporcional a B^2. De modo que las pérdidas por histéresis en una máquina eléctrica expresadas por kilogramo de masa magnética podrían representarse según:

$$P_{his} = k\, f\, B^2 \quad (W/kg)$$

En cuanto a las corrientes parásitas —corrientes que aparecen en cualquier material conductor sometido a campos magnéticos variables— también se puede representar de forma parecida su dependencia con la frecuencia y la densidad máxima de flujo magnético:

$$P_{par} = k' \; f^2 \; B^2 \; (W/kg)$$

En la mayoría de las aplicaciones, la frecuencia con la que varían los campos magnéticos es constante. Y como estos campos suelen ser producidos por bobinados más o menos complejos, alimentados a una tensión de referencia *U*, se puede concluir que las pérdidas magnéticas (también llamadas pérdidas en el hierro) admiten la representación:

$$P_{Fe} = cte \; U^2$$

Usando esta expresión se pueden predecir —a falta de otra herramienta más exacta—, cuál sería la variación de las pérdidas magnéticas en una máquina cuando variase la tensión de alimentación.

En términos relativos, las pérdidas magnéticas son del orden del 25% del total de las pérdidas.

Pérdidas eléctricas.

Éstas son las pérdidas por efectos Joule en todos los conductores de la máquina, de modo que se podría decir que las también llamadas pérdidas e el cobre son:

$$p_{Cu} = \sum_{i}^{n} R_i \, I_i^2$$

Nótese que en muchas máquinas eléctricas, las diferencias de temperatura entre diversos regímenes de funcionamiento pueden ser apreciables, y que quizás sea preciso considerar las variaciones en las resistencias de los conductores debidas a la temperatura. La dependencia de la resistencia con la temperatura se admite lineal. Así mismo, la resistencia al paso de la corriente eléctrica ofrecida por un conductor, depende de si la corriente es continua o alterna.

Las pérdidas eléctricas son con mucho, las más importantes, dado que se suelen situar sobre el 60% del total de pérdidas.

Rendimiento.

Cuando de una máquina eléctrica se menciona su potencia nominal, o simplemente su potencia (se entiende por características nominales, las asignadas a la máquina para cumplir sin peligro el servicio previsto), siempre se debe entender que ésta es la potencia útil de la misma. No tendría mucho sentido que no fuese así; razone el lector el porqué. De forma que al definir el rendimiento de la máquina en la forma:

$$h = \frac{Potencia}{Potencia + perdidas}$$

no hay ninguna duda sobre lo que significa la palabra *Potencia*: **Potencia útil**.

En cada máquina en particular, y para cada nivel de potencia que esté consumiendo o generando, la relación entre las pérdidas necesarias para la conversión de energía, y la potencia útil obtenida en el proceso será una determinada. Es decir, cada máquina tendrá su rendimiento propio, diferente para cada nivel de potencia.

A falta de mejores datos, se suele suponer que las pérdidas se componen de dos términos: uno fijo que no depende de la potencia útil, y otro que sí depende, y, además, en forma cuadrática.

$$pérdidas = A + B\,P^2$$

El término fijo, *A*, estaría integrado por las pérdidas mecánicas y las magnéticas; siempre que la velocidad de giro sea constante, lo que aseguraría la constancia de las pérdidas mecánicas, y por otro lado, si la tensión y la frecuencia no cambian, tampoco lo harán las pérdidas magnéticas.

El término variable $B\,P^2$, tendría que ver entonces con las pérdidas eléctricas, lo cual sería verdad si siendo *B* una constante la potencia *P* fuese proporcional a la intensidad (recuerde que las pérdidas en el cobre son: $R\,I^2$). Esto último puede considerarse como relativamente cierto cuando la tensión de alimentación es constante.

Cuando se estudien los diferentes tipos de máquinas se verán las limitaciones de esta división en pérdidas fijas y variables, pero por ahora, y a falta de mejores datos, se puede tomar como una primera aproximación bastante razonable.

1.2.2. Calentamiento.

Temperatura máxima admisible de una máquina.

La conversión de energía eléctrica en mecánica lleva pareja siempre unas pérdidas de energía que finalmente se traducen en un calentamiento de la máquina. Cuál sea la temperatura máxima admisible por una máquina concreta, e indirectamente, cuál la potencia máxima admisible de dicha máquina, dependerá del aguante que los materiales componentes tengan frente a la temperatura. Este aguante se ha especificado por la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) según lo que se llaman *clases térmicas.*

Dependiendo de la temperatura máxima a la que son capaces de mantener sus cualidades aislantes indefinidamente (20.000 horas), los materiales se clasifican en: A (105°C), E (120°C), B (130°C), F (155°C), H (180°C); para temperaturas superiores no se usa ninguna letra sino sólo la cantidad: 200, 220, 250...[1]

<u>Calentamiento y enfriamiento de las máquinas eléctricas.</u>

Como se ha visto, las pérdidas que se generan en el interior de la máquina son de diferentes orígenes y se asientan en distintas partes de la misma. De modo que el calentamiento inevitable al que conducen no es, ni mucho menos, uniforme. Habrá puntos, como los próximos a los conductores atravesados por las corrientes mayores, que sufrirán calentamientos más elevados, que aquellos otros situados, por ejemplo, en la caja de bornes. No obstante, si se deja tiempo suficiente, las diferentes temperaturas que aparecen en una máquina tenderán a equilibrarse, y no parece en principio descabellado, tomar una única temperatura como representativa del conjunto; lo que en otras palabras viene a significar que se toma un modelo para el calentamiento compuesto por un único cuerpo de temperatura uniforme.

Sea *p* la potencia de pérdidas que se generan en el interior de la máquina, en un instante de tiempo *dt*, los julios aportados al mecanismo serán: $p \cdot dt$. Sea R_t (de unidades K/W) la resistencia térmica total de la máquina respecto al ambiente, es decir, la facilidad o dificultad que la máquina tiene de evacuar calor hacia el ambiente. De modo que en un tiempo *dt*, el calor que por los diferentes medios de transmisión (conducción, convección o radiación) la máquina evacúa se puede expresar como:

$$\frac{1}{R_t}\ (T - T_{amb})\ dt$$

Ni que decir tiene que esto no es más que una aproximación y, que por ejemplo, el mecanismo de radiación no tiene mucho que ver con la expresión anterior, en la que el calor evacuado al ambiente es proporcional a la *resistencia térmica*, y a la diferencia de temperaturas entre la máquina y el ambiente.

Si suponemos, por ejemplo, que la temperatura de la máquina es la misma que la del ambiente —cosa que ocurre normalmente cuando se arranca—, entonces, es imposible evacuar calor alguno, de forma que el calor generado se invierte íntegramente en elevar la temperatura de la máquina. Si llamamos C_t a la capacidad térmica representativa del conjunto, el incremento de temperatura sufrido por la máquina al recibir la energía $p \cdot dt$, será:

---

[1] Si alguna vez, alguno de los lectores, tiene la oportunidad de hacer desaparecer las letras de esta clasificación mucha gente se lo agradecería.

$$p \bullet dt = C_t \; dT$$

Uniendo los dos términos, el del calor evacuado, y el del calor acumulado, se puede escribir la ecuación diferencial que rige el proceso de calentamiento simple como:

$$p = C_t \; \frac{dT}{dt} + \frac{1}{R_t} \; (T - T_{amb})$$

Si en vez de temperaturas absolutas se usan temperaturas referidas al ambiente, es decir, se hace el cambio de variable:

$$q = T - T_{amb}$$

La ecuación queda algo más reducida, y coincide por lo demás, con la de un sistema de primer orden de constante de tiempo $C_t \cdot R_t$

$$C_t \; R_t \; \frac{d\,q}{dt} + q = p \; R_t$$

La solución de esta ecuación es conocida, y no necesita más explicaciones. Aquí sólo cabe comentar el significado físico. Así por ejemplo, el calentamiento máximo —el que se obtendría cuando la máquina trabaja ininterrumpidamente hasta alcanzar una temperatura de equilibrio— sería:

$$q_M = p \; R_t$$

Y la forma en la que se llega a este máximo sería:

$$q(t) = p \; R_t \; (1 - e^{-t/t})$$

Si en vez de empezar a calentar la máquina desde la temperatura ambiente, se empieza con una temperatura distinta T_{ini} ($\theta_{ini} = T_{ini} - T_{amb}$), la evolución temporal sería:

$$q(t) = q_M \; (1 - e^{-t/t}) + q_{ini} \; e^{-t/t}$$

Justamente el término añadido es el que representa la evolución del enfriamiento, cuando se parte desde una temperatura concreta, referida al ambiente, θ_0:

$$q(t) = q_0 \; e^{-t/t}$$

1.3. Características

1.3.1. Asignación de características nominales según el servicio

Calentamientos con servicios variables.

Cuando se diseña una máquina es de suponer que la potencia que se le asigna como nominal es aquella que, para el tipo de servicio a prestar, hace que se aprovechen al máximo las posibilidades del ingenio electromecánico. Lo que en la mayor parte de las ocasiones quiere decir que se lleva al límite permitido de temperatura, a los materiales que componen la máquina.

Supongamos por ejemplo que T_M es este límite de temperatura máximo —que depende de la clase térmica de los materiales—, y que justamente la máquina se ha diseñado para que en *régimen continuo* se alcance esta temperatura máxima, partiendo de un ambiente máximo estándar, que se suele tomar como 40ºC. Lo que quiere decir que:

$$T_M = q_M + 40^o C = p \; R_t + 40^o C$$

Imaginemos que la constante de tiempo del sistema es media hora; cualquier periodo de funcionamiento superior a hora y media —tres constantes de tiempo—, se puede considerar que implica un régimen de funcionamiento continuo; alcanzándose la temperatura máxima del motor o generador. Pero,)qué ocurre si es de solamente una hora? Evidentemente no se alcanzaría la temperatura final máxima sino solamente:

$$T_{1h} = 40 + q_M \; (1 - e^{-2})$$

Si la máquina va a funcionar por periodos de, por ejemplo, una hora, y después se le da tiempo suficiente para que se enfríe, cabe pensar que dado que no va a alcanzar nunca la temperatura máxima permitida, es posible que se la pueda hacer trabajar a una potencia superior, de forma que al final de ese periodo de tiempo —una hora en ese caso— se alcance justamente la temperatura máxima permitida.

De forma general se podría definir como potencia *unihoraria*, a aquella potencia a la que la máquina puede trabajar ininterrumpidamente durante una hora sin que se supere la temperatura máxima permitida por la clase del aislamiento. De forma analítica sería:

$$q_M = 40 + p_{1h} R_t \; (1 - e^{-1h/t})$$

donde p_{1h} serían las pérdidas que hacen cierta la igualdad anterior.

Según el rendimiento de la máquina, para las pérdidas mencionadas corresponderá una potencia; a esta potencia es a la que se llama potencia unihoraria. (A falta de datos sobre el rendimiento se puede aproximar la relación entre las pérdidas y la potencia útil por la expresión: $p = A + B P^2$.)

Si el servicio a que se ve sometido el ingenio electromecánico es intermitente, entendiéndose por ello la sucesión de periodos de conexión y desconexión a intervalos de tiempo tales que ni se alcanza la temperatura límite durante el tiempo de conexión, ni se enfría totalmente la máquina durante la desconexión. Si esto es así, y la máquina es sometida a un número suficiente de ciclos de funcionamiento, se llegará a un punto en el que la temperatura de la máquina oscilará de forma estacionaria entre dos valores, uno inferior θ_i, y otro superior θ_s. De forma que, durante el periodo de conexión, la máquina comienza su funcionamiento a la temperatura respecto al ambiente θ_i terminando justamente a la temperatura θ_s. Durante el tiempo de desconexión, la temperatura evoluciona desde θ_s, hasta justamente θ_i, dado que el sistema ya se encuentra en régimen estacionario, y los ciclos de conexión y desconexión, se siguen unos a otros, de forma que las temperaturas se repiten a sí mismas indefinidamente para cada ciclo.
Analíticamente esto se expresa por las dos ecuaciones siguientes:

$$q_s = q_M \left(1 - e^{-t_c / t_c}\right) + q_i \; e^{-t_c / t_c}$$

$$q_i = q_s \; e^{-t_d / t_d}$$

Donde el subíndice *c* indica conexión, y el *d* desconexión.

Eliminando la temperatura inferior entre ambas ecuaciones se llega a:

$$\frac{q_s}{q_M} = \frac{1 - e^{-t_c / t_c}}{1 - e^{-t_c / t_c - t_d / t_d}}$$

De donde concluimos que, mientras el tiempo de conexión no exceda de la constante de tiempo de conexión en varias veces, después que se repitan algunos ciclos de conexión y desconexión, se alcanzará una temperatura máxima y cíclica θ_s, inferior a la que se obtendría con un funcionamiento continuo θ_M. De forma que si se quiere aprovechar al máximo la máquina, se la puede hacer trabajar en un nivel de potencia tal que las pérdidas que origine superen a las pérdidas en régimen continuo en la misma proporción que θ_M superaba a θ_s. Entonces, se conseguirá que la nueva θ_s que se obtenga una vez llegado a una situación estacionaria, coincida con la temperatura máxima admisible de los aislamientos θ_M.

A falta de mejores datos para relacionar la potencia útil con las pérdidas, se puede aventurar la relación: $p = A + B P^2$. Si denotamos con los subíndices *con* e *inter*, a las potencias y pérdidas en servicio continuo e intermitente respectivamente, lo expuesto con palabras más arriba se plasmaría analíticamente como:

$$\frac{R_t \quad p_{con}}{R_t \quad p_{inter}} = \frac{A + BP^2_{con}}{A + BP^2_{inter}} = \frac{1 - e^{-t_c / t_c}}{1 - e^{-t_c / t_c - t_d / t_d}}$$

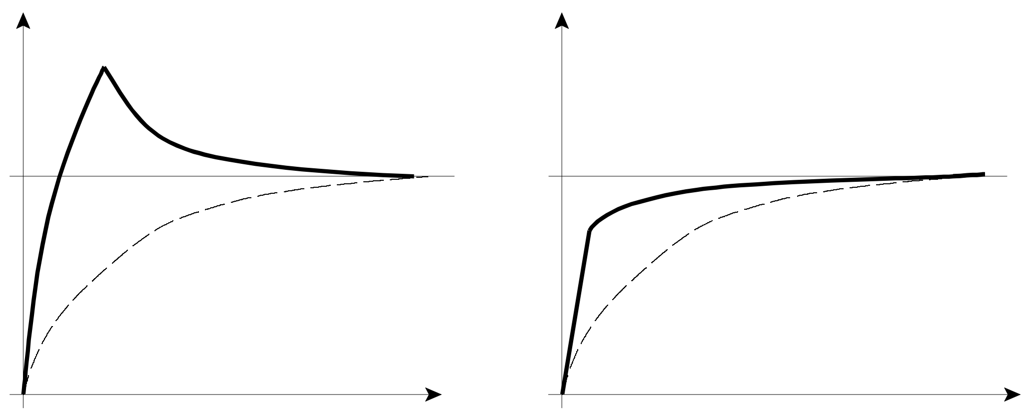
Despreciando la pérdidas fijas, aproximando la exponenciales por los primeros términos de su desarrollo en serie, y admitiendo que las constantes de tiempo de calentamiento y enfriamiento son iguales, se llega a la expresión *ultraaproximada*:

$$\frac{P_{con}^2}{P_{inter}^2} = \frac{t_c}{t_c + t_d}$$

Frenado y Arranque.

Durante los periodos de arranque y/o frenando, el rendimiento de las máquinas eléctricas es especialmente malo, no cumpliéndose en absoluto la expresión aproximada que divide las pérdidas en fijas y variables, sino que muy al contrario durante los periodos de arranque las pérdidas en el cobre no sólo no son nulas, sino que pueden llegar a ser hasta treinta veces mayores que las pérdidas eléctricas en régimen nominal. Dependiendo del tipo de motor —su intensidad de arranque—, y la duración del transitorio de aceleración o deceleración, los calentamientos de las máquinas pueden llegar a ser peligrosos, y convendrá por tanto prestar atención e esos extremos.

Interprete el lector las curvas de calentamiento siguientes:



<u>Refrigeración.</u>

En unidades pequeñas: refrigeración por aire (hasta 1000m de altitud se asigna la potencia nominal; más arriba es preciso revisar la potencia asignada).

En grandes alternadores, se suele usar hidrógeno en vez de aire. El hidrógeno es más ligero con lo que se reduce los rozamientos -14 menos denso que el aire-, y por otro lado tiene 14,5 veces mayor capacidad térmica que el aire.

En máquinas de más difícil refrigeración se emplean líquidos como elementos refrigerantes (agua o aceite).

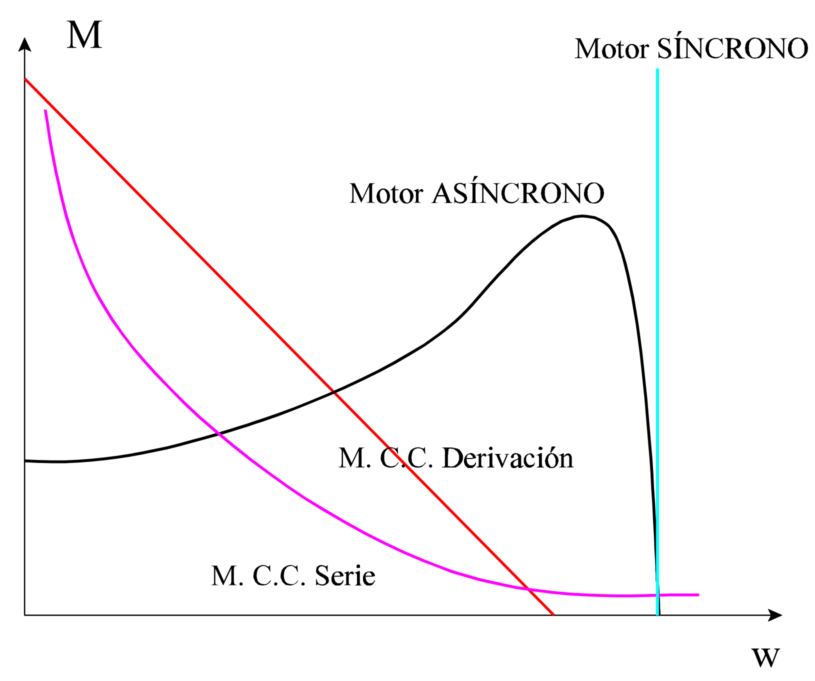
1.3.2 Selección de máquinas eléctricas

El conocimiento de la forma en la que las máquinas rotativas se comunican con el mundo exterior es, por supuesto, determinante para una correcta elección y utilización de las mismas. Y concretamente, el que en los motores su característica mecánica, y en los generadores su característica exterior, se adecuen con las correspondientes características de las cargas o accionamientos a los que están conectados, es esencial.

<u>Característica mecánica de los motores</u>

Se llama habitualmente, característica mecánica de un motor, a la curva que en condiciones estáticas relaciona el par motor suministrado, con la velocidad angular a la cual se presenta. Experimentalmente, esta curva se obtendría cargando al motor con diferentes pares resistentes (por ejemplo con un freno), y midiendo la velocidad que se obtiene una vez superado el transitorio (condiciones estáticas quiere decir una vez superado el transitorio).

Aunque la gama de motores es enorme, destacaremos aquí solamente las características mecánicas de cuatro de ellos: el motor asíncrono, el síncrono, el motor de corriente continua en derivación y el de corriente continua en serie; las cuales se muestran en la figura adjunta.

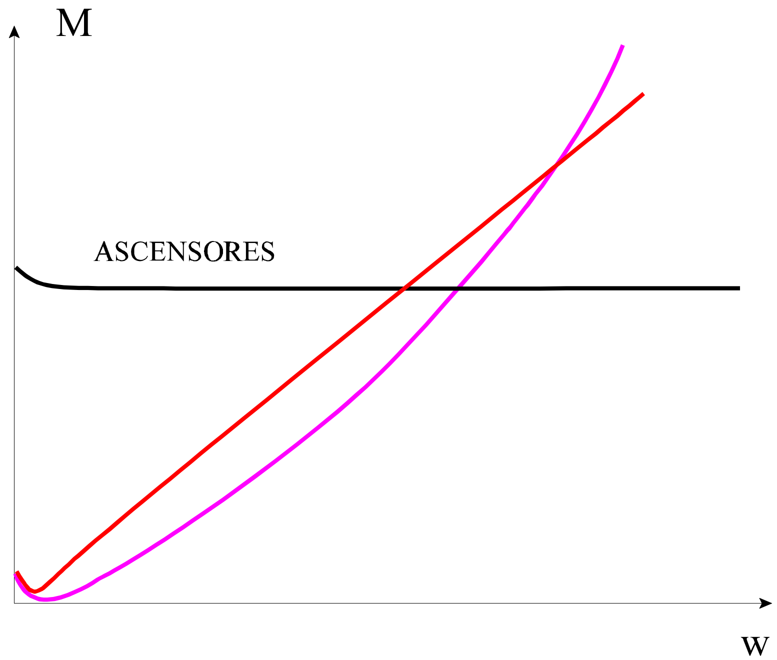


Comentarios a las curvas:

La curva del motor de corriente continua en derivación es la única que es apreciablemente lineal, siendo fácil asemejarla a una recta de pendiente decreciente y una ordenada en el origen, pongamos por caso:

$$M = M_a - B \bullet w$$

De esta simple recta obtenemos dos datos interesantes de las características mecánicas de los motores: el par de arranque (la ordenada en el origen M_a), y la inevitable pendiente negativa de la curva. El corte de la curva con el eje de velocidad nula, es justamente el par de arranque del motor, dato que es, en ocasiones, decisivo para el correcto funcionamiento del conjunto motor y accionamiento —si no puede arrancar el motor, difícilmente funcionará correctamente—. En cuanto a la pendiente decreciente, es de sentido común que, aunque la curva tenga alguna zona con pendiente positiva, debe, a la larga, acabar decreciendo a medida que crece la velocidad. Sería realmente sorprendente un motor cuya curva de par creciera a medida que lo hace la velocidad, y aunque, como sucede con los motores asíncronos, puedan haber dentro de la característica mecánica zonas con pendientes crecientes, inevitablemente: *a todos los cerdos les llega su San Martín*.



La característica de mecánica de los motores de corriente continua en serie, presenta la particularidad de que se acerca de forma asintótica a los dos ejes. Sin conocer nada sobre la constitución interna de estos motores, se puede concluir que tienen dos características interesantes: un tremendo par de arranque, y la posibilidad de alcanzar enormes velocidades en vacío (se embalan sin carga).

La curva de los motores síncronos, también posee su singularidad, y es que sólo da par motor a una única velocidad (la llamada velocidad de sincronismo); naturalmente la recta vertical que define esta característica no se extiende indefinidamente hacia arriba (pares cada vez más altos), sino que está, naturalmente, acotada. Llega un momento que el motor no puede, materialmente, dar más potencia.

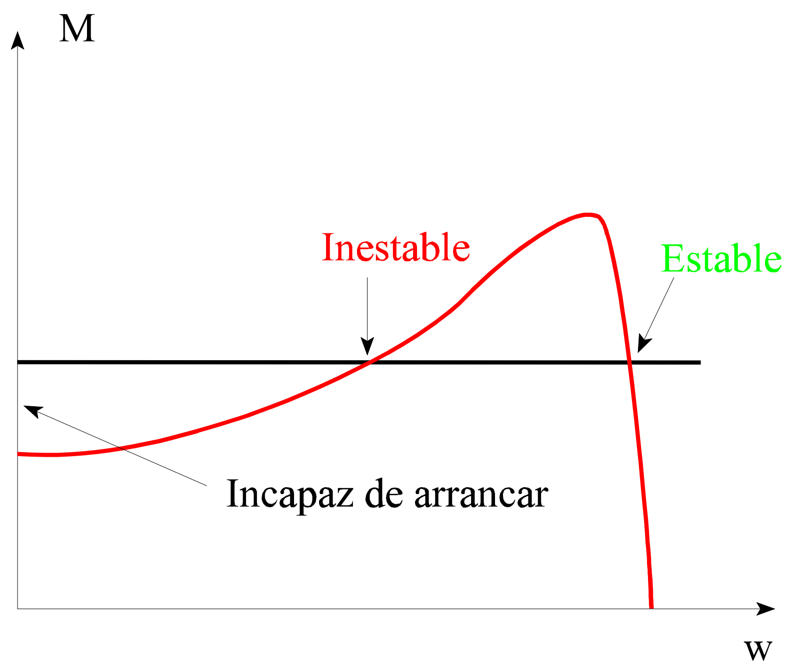
Para finalizar con esta breve panoplia de curvas característica comentaremos la del motor asíncrono, motor que presenta más del noventa por ciento de los motores industriales instalados. Como se desprende de la vista de la curva, este tipo de motores además de un par de arranque, posee un par máximo, y una zona de pendiente positiva, que como se verá más adelante, puede causar algún problema.

En cuanto a las características resistentes de las cargas acopladas a los motores, tomaremos en consideración tres tipos: Las que tienen un par independiente de la velocidad, las que dependen de forma lineal, y las que lo hacen de forma cuadrática. Considere el lector el par que es necesario aplicar a un cabrestante para elevar una carga de masa m; si el radio del cabrestante es r. El par necesario para elevar la carga será: $m \cdot g \cdot r$, es decir, que independientemente de la velocidad a la que se suba la carga, el par necesario es siempre el mismo, o sea, constante con la velocidad.

Otro caso interesante a estudiar es el de un accionamiento esencialmente viscoso, por ejemplo, un ventilador. Es conocido que en estos casos —recuerde el lector el amortiguador viscoso— el par necesario para mover el accionamiento es proporcional a la velocidad. También es conocido cómo en muchos otros accionamientos (bombas centrífugas por ejemplo) el par necesario para moverlos no evoluciona, ni mucho menos, linealmente.
Para iniciar el movimiento de muchos accionamientos, es necesario aplicar un par más alto que si el accionamiento ya estuviera moviéndose; es lo que a veces se llama efecto de los rozamientos estáticos.

1.3.3. Estabilidad de funcionamiento.

Punto de funcionamiento.



Evidentemente para un motor determinado y una accionamiento concreto, los posibles puntos de corte entre las características mecánicas de ambos (una correcta elección hará que las dos características se puedan cruzar en las cercanías de los puntos nominales), determinarán los puntos de funcionamiento posibles del conjunto.

¿Serán o no estables estos puntos de funcionamiento? Considere, por ejemplo, el lector, la curva de un motor asíncrono junto con la de una carga que se quiere elevar, según se muestra en la figura adjunta. En ellas se observa, aparte de que el sistema sería incapaz de arrancar por sí mismo, dos posibles puntos de funcionamiento, los rotulados como estable e inestable. El lector no deberá tener ningún problema en probar lo acertado de estos nombres. Bastará para ello, con que se sitúe en uno de los puntos, y produzca una perturbación (un incremento súbito y externo de la velocidad), si el sistema evoluciona de forma que tiende a eliminar la perturbación, el conjunto será estable.

Intuitiva y gráficamente se puede probar que la condición de estabilidad es que la pendiente de la curva resistente sea mayor a la pendiente de la curva motriz en el punto donde se quiere probar la estabilidad.

También cabe otra demostración algo más engolada, aunque no más rigurosa, consiste en admitir que la ecuación del movimiento del conjunto:

$$M_m(w) - M_r(w) = J\,\frac{dw}{dt}$$

en las proximidades del posible punto de funcionamiento se puede aproximar por:

$$\left(\left.\frac{dM_m(w)}{dw}\right|_{w=w_o} - \left.\frac{dM_r(w)}{dw}\right|_{w=w_o} \right) w' = A w' = J\,\frac{dw'}{dt}$$

Donde A es la diferencia de las pendientes de la curva motriz y la resistente (se han sustituido las curvas reales de par motor y resistente, por sendas rectas de iguales pendientes a las que tenían las curvas originales) , y w' es la velocidad referida al punto de prueba donde se está comprobando la estabilidad w_o (se ha hecho un cambio de variable en w para que el origen sea justamente w_o, y de esta forma eliminar el incordio de las pendientes en el origen de la rectas por las que se han sustituido las curvas motriz y resistente).
Evidentemente, para que esta ecuación diferencial de primer orden dé lugar a comportamientos estables, es absolutamente necesario que A sea negativo, o lo que es lo mismo, que la pendiente de la curva resistente sea mayor que la de la curva motriz.

1.3.4. Maniobras.

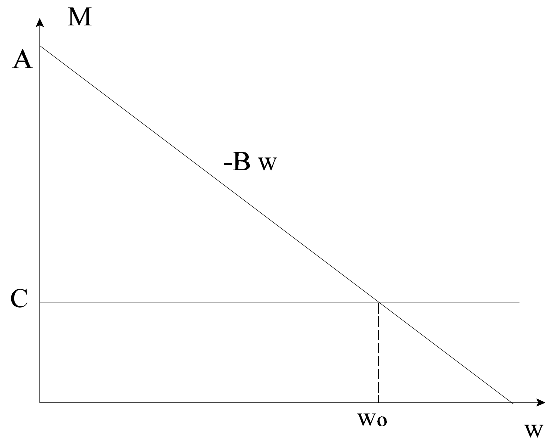
Las maniobras de las máquinas elécticas son: arranque, parada, frenado, inversión de sentido de giro, cambio de velocidad, etc.

De ellas la más importante suele ser el arranque.

Intentemos calcular el tiempo que tardaría en arrancar un motor de corriente continua en derivación, cuya característica mecánica se pudiera modelizar por la expresión:

$$M(w) = A - Bw$$

cuando acciona una carga con par constante *C*.



Evidentemente la velocidad final será:

$$w_0 = \frac{A - C}{B}$$

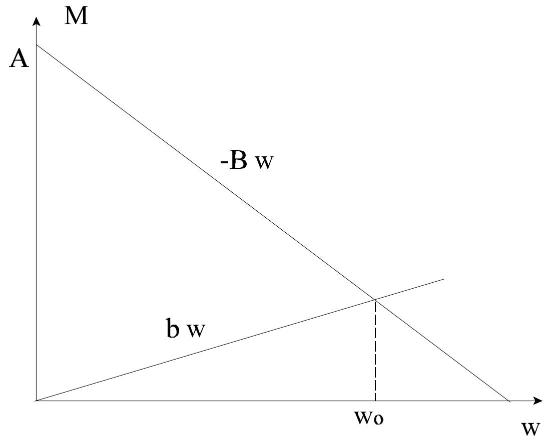
Y la ecuación del movimiento que determina el proceso de arranque es:

$$a - Bw - C = J\frac{dw}{dt}$$

cuya integración da lugar a:

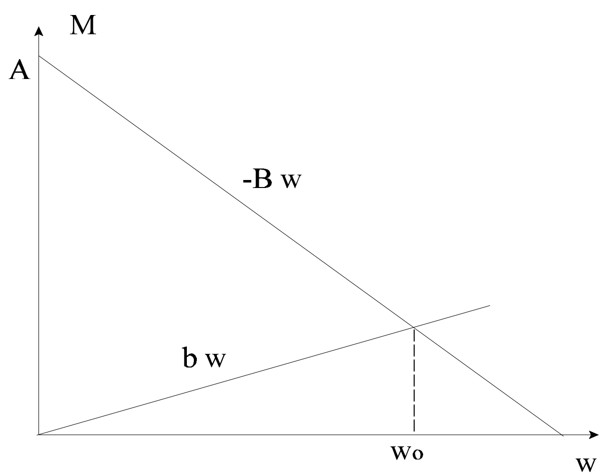
$$w(t) = w_0\left(1 - e^{-\frac{t}{J/B}}\right)$$

Es decir, la velocidad evoluciona de forma exponencial desde la velocidad inicial (cero) hasta la velocidad final $w_{o.}$ ¿Cuál sería el tiempo de arranque? Teóricamente infinito, dado que



el tiempo de arranque es aquél invertido en llevar al sistema hasta la velocidad final, y la exponencial *nunca* llega. De sobra sabemos que habrá que tomar algún criterio, como el de las tres, o cuatro, constantes de tiempo. En este caso la constante de tiempo es *J/B*.

Consideremos un segundo caso. En él, el par resistente en vez de ser constante, crece linealmente con la velocidad. Como en la figura:



La velocidad de equilibrio (punto de funcionamiento) sería:

$$w_0 = \frac{A}{B + b}$$

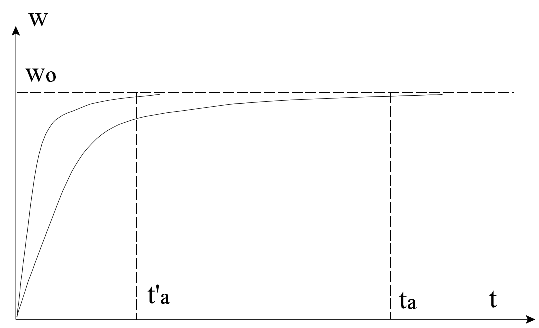
Y la ecuación del movimiento que determina el proceso de arranque es ahora:

$$A - Bw - bw = J\,\frac{dw}{dt}$$

cuya integración da lugar a:

$$w(t) = w_0\left(1 - e^{-\frac{t}{J/(B+b)}}\right)$$

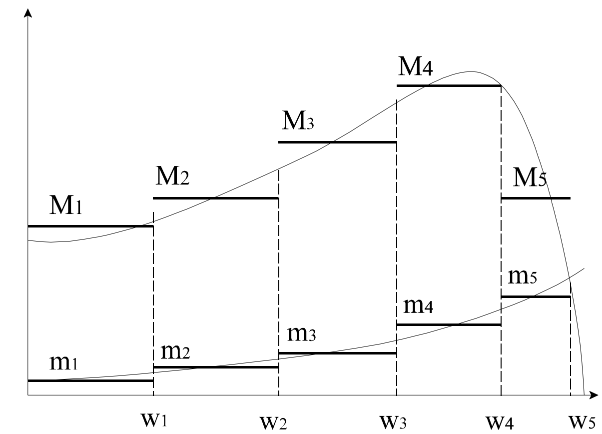
Si representáramos en un gráfico temporal la evolución de las velocidades en ambos casos, se tendría algo parecido a lo que se indica en la figura.



Observándose que, dependiendo de la cuantía de la constante *b*, el arranque en el segundo caso será más rápido que en el primero. ¿Se podría haber anticipado esta conclusión, sin más información que al aspecto de las características mecánicas? Evidentemente sí. Nótese que para que el arranque sea lo más rápido posible, interesa que al par neto puesto a disposición del conjunto motor accionamiento, sea lo más grande posible, y tan sólo con la observación de las gráficas, se concluye que en el segundo de los casos propuestos, siempre es mayor el par neto.

¿Qué ocurre cuando alguna de las curvas de par, ya sea la motriz o la resistente, no son lineales? Resultará muy difícil encontrar una expresión analítica exacta del proceso de arranque, y en muchos casos será imposible. Cuando esto ocurre, siempre queda el recurso de intentar una solución aproximada; una de estas soluciones se va a comentar ahora.

Supongamos las curvas de par motor y par resistente dadas en la figura adjunta, en ella, se ha dividido el eje de velocidades en cinco intervalos w_1, w_2, w_3, w_4, w_5. Para cada una de estos tramos, en vez de tomar la curva de par motor o resistente que le corresponde, se ha tomado un valor constante representativo de lo que es la evolución del par en el tramo, siendo M_1, m_1, M_2, m_2, M_3, m_3, M_4, m_4, M_5, m_5 .



Para cada tramo de velocidad, la ecuación del movimiento es realmente fácil de integrar, dado que se tiene en cada uno de ellos una aceleración constante. Así por ejemplo para el tramo uno se tendría:

$$M_1 - m_1 = J \frac{dw}{dt}$$

que integrada entre el tiempo inicial (cero) y el tiempo que se invierte en alcanzar la velocidad w_1, da como resultado:

$$t_1 = \frac{w_1 - w_0}{M_1 - m_1} J = \frac{\Delta w_1}{\Delta M_1} J$$

Construyendo una tabla para cada tramo de velocidad se obtendría:

)w	w_1 - 0	w_2 - w_1	w_3 - w_2	w_4 - w_3	w_5 - w_4
)M	M_1 - m_1	M_2 - m_2	M_3 - m_3	M_4 - m_4	M_5- m_5
)t	J)w_1/)M_1	J)w_2/)M_2	J)w_3/)M_3	J)w_4/)M_4	J)w_5/)M_5

Completada la tabla, el tiempo de arranque se compondrá de la suma de los tiempos parciales. La evolución temporal de la velocidad sería algo así: