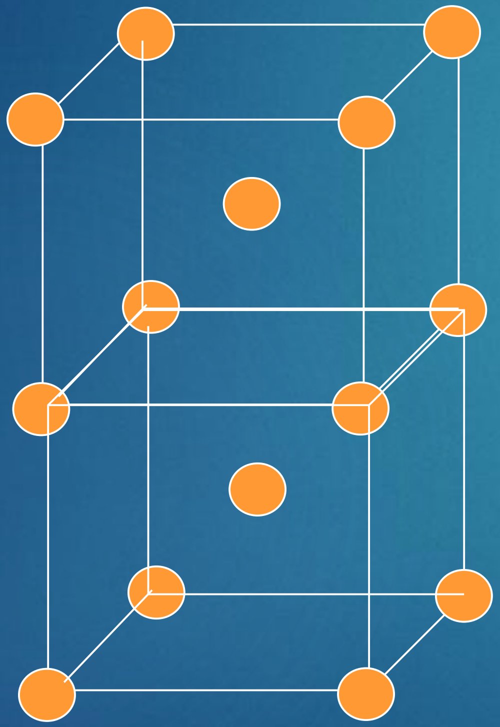
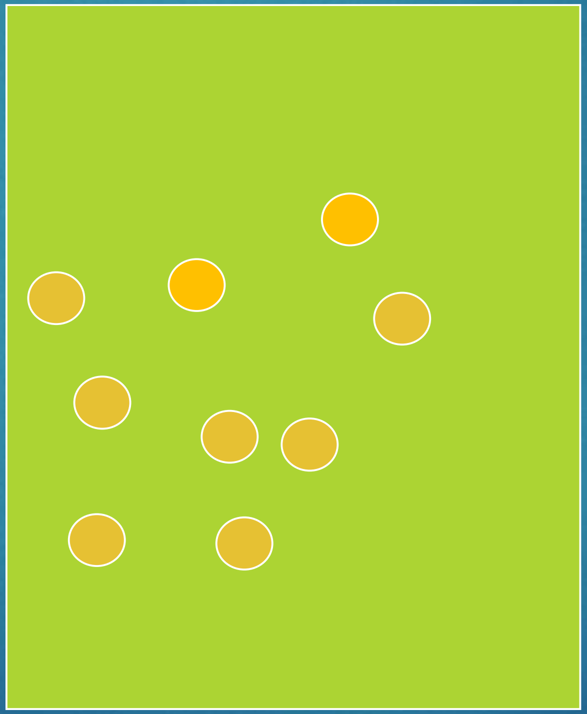
# FLUIDOS

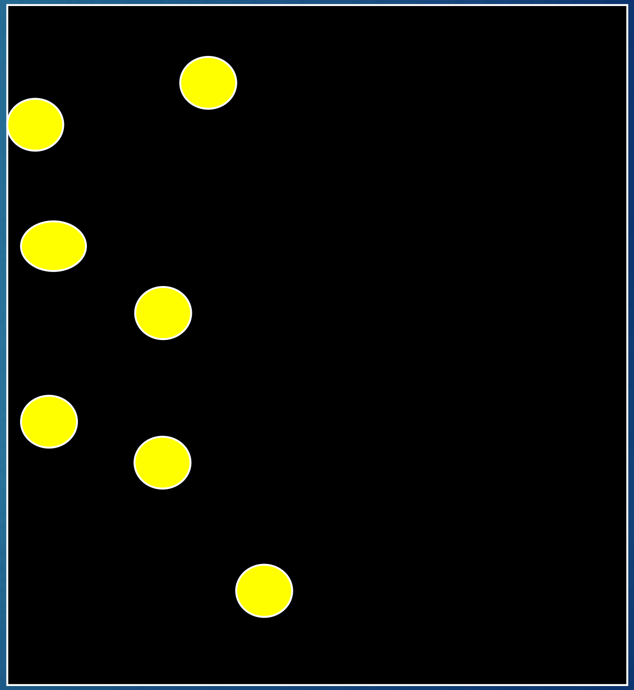
sólido



líquido



gas



# INTRODUCCIÓN

La materia puede clasificarse por su forma física como un sólido, un líquido o un gas.

Las moléculas de los solidos a temperaturas y presiones ordinarias tienen atracción fuerte entre ellas y permanecen en posición fija relativa una a la otra. Luego un sólido tiene volumen y forma definida y sufre deformaciones finitas bajo la acción de una fuerza.

Las moléculas de los líquidos a temperaturas y presiones ordinarias tienen poca atracción entre ellas y cambian de posición relativa una a otra. En consecuencia los líquidos tienen volumen definido tomando la forma del recipiente que los contiene, pero no lo llenan necesariamente.

Las moléculas de los gases a. temperaturas y presiones ordinarias tienen muy poca atracción entre ellas y tienen un movimiento al azar, o sea que los gases no tienen volumen ni forma definidas, adoptan la forma del recipiente que los contiene y lo llenan completamente.

# DENSIDAD O MASA ESPECIFICA

En un fluido, es importante la densidad o masa específica ella permite calcular el peso del elemento de volumen que se considere, que es una posible fuerza exterior actuando sobre cada elemento de fluido. Para un elemento de volumen $dV$ ubicado en algún punto del fluido y que contenga una masa $dm$ , la densidad ρ en ese punto se define mediante

$$\rho = \frac{dm}{dv}$$

La unidad de densidad en SI será kg/m3 pero se usa generalmente densidades en g/cm3,
1 g/cm3 =1000 kg/m3.

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_{agua}}$$, cantidad adimensional.

Densidad del agua a 4° C = 1 g/cm$^3$

**Ejemplo 1.** Suponga que usted es capaz de llevar un peso de 400 N. ¿Cuál sería el tamaño del cubo hecho de oro podría usted llevar? La densidad del oro es 19300 kg/m$^3$.

**Solución.**

$$W = mg = \rho V g = \rho a^3 g \Rightarrow$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{W}{\rho g}} = \sqrt[3]{\frac{400}{(19300)(9,8)}} = 0,13$$

Lado del cubo = $a$ = 13 cm

# LA PRESIÓN EN LOS FLUIDOS.

El concepto de presión es muy general y por ello puede emplearse siempre que exista una fuerza actuando sobre una superficie. Sin embargo, su empleo resulta especialmente útil cuando el cuerpo o sistema sobre el que se ejercen las fuerzas es deformable. Los fluidos no tienen forma propia y constituyen el principal ejemplo de aquellos casos en los que es más adecuado utilizar el concepto de presión que el de fuerza.

$$P = \lim \left(\frac{\Delta F}{\Delta A}\right) = \frac{dF}{dA}$$

1 Pa = 1 $N/m^2$.

Otras unidades:

Atmósfera (atm) se define como la presión que a 0 °C ejercería el peso de una columna de mercurio de 76 cm de altura y 1 $cm^2$ de sección sobre su base.

1 atm = $1{,}013 \times 10^5$ Pa.

Bar es realmente un múltiplo del pascal y equivale a $10^5$ $N/m^2$.

En meteorología se emplea con frecuencia el milibar (mb) o milésima parte del bar

1 mb = $10^2$ Pa ó 1 atm = 1013 mb.

También tenemos:

Milímetros de mercurio

1 mmHg = 133,322 Pa

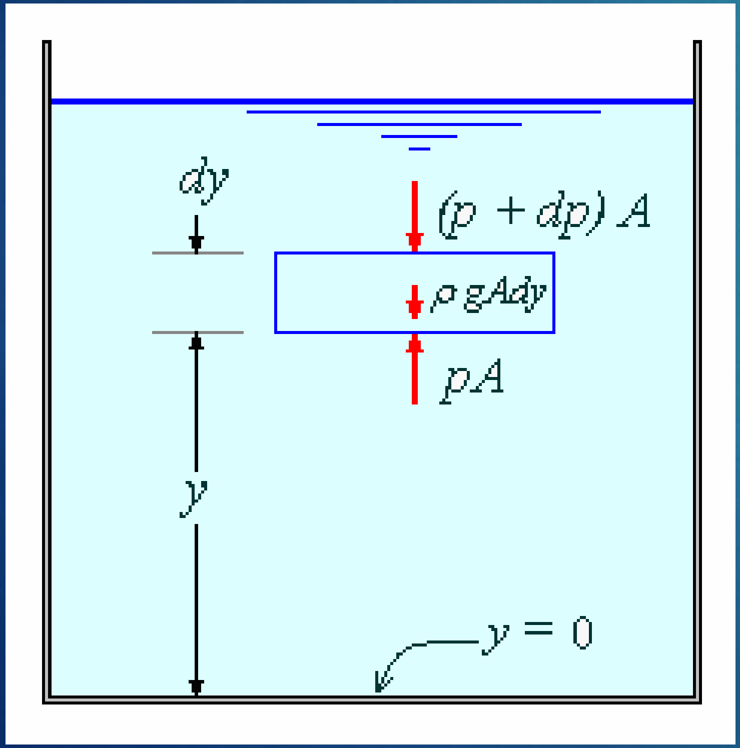
Torr

1 torr = 133, 322 Pa

1 torr = 1 mmHg

# VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD EN UN LÍQUIDO

Para encontrar la variación de presión con la profundidad, consideremos el estudio una porción de fluido como se muestra en la figura, consistente en un prisma de área A y altura dy , a una altura y de un nivel de referencia arbitrario.




El peso del elemento es $\rho g A dy$ , donde $\rho$ es la densidad del fluido.

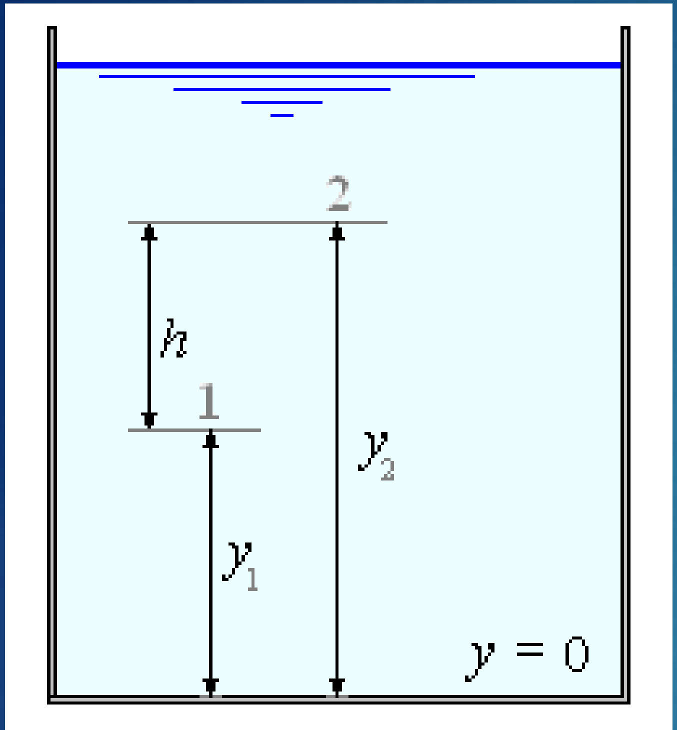
Como el elemento está en equilibrio:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

Simplificando: $-Adp - \rho g A dy = 0$

O $dp = -\rho g dy \Rightarrow \frac{dp}{dy} = -\rho g$

# DIFERENCIA DE PRESIÓN ENTRE DOS PUNTOS EN UN FLUIDO.



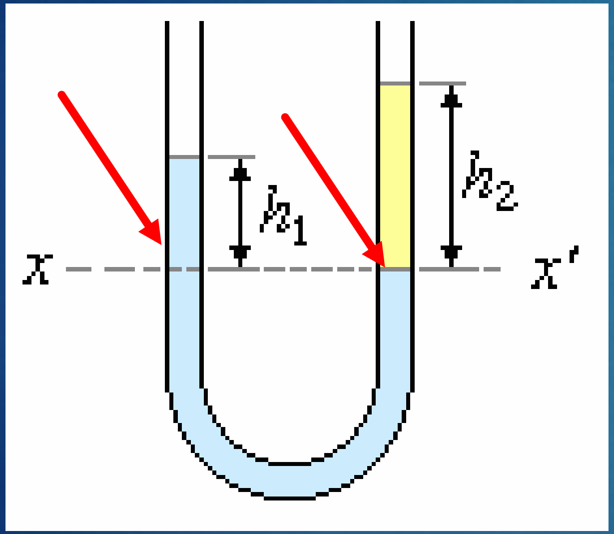

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g dy \ \Rightarrow \ p_2 - p_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

Para fluidos que pueden considerarse incompresibles (por lo general los líquidos), $\rho$ es constante, adicionalmente para diferencias de altura no muy grandes $g$ se puede considerar constante.

En este caso $p_2 - p_1 = -\rho g\left(y_2 - y_1\right)$, llamando a $\left(y_2 - y_1\right) = h$

$$p_2 - p_1 = -\rho g h \ \Rightarrow \ p_1 = p_2 + \rho g h$$

Ejemplo 2. Un experimentador desea determinar la densidad de una muestra de aceite que ha extraído de planta. A un tubo de vidrio en U abierto en ambos extremos llena un poco de agua con colorante (para la visibilidad). Después vierte sobre el agua una pequeña cantidad de la muestra del aceite en un lado del tubo y mide las alturas h1 y h2, según como se muestra en la figura. ¿Cuál es la densidad del aceite en términos de la densidad del agua y de h1 y de h2?

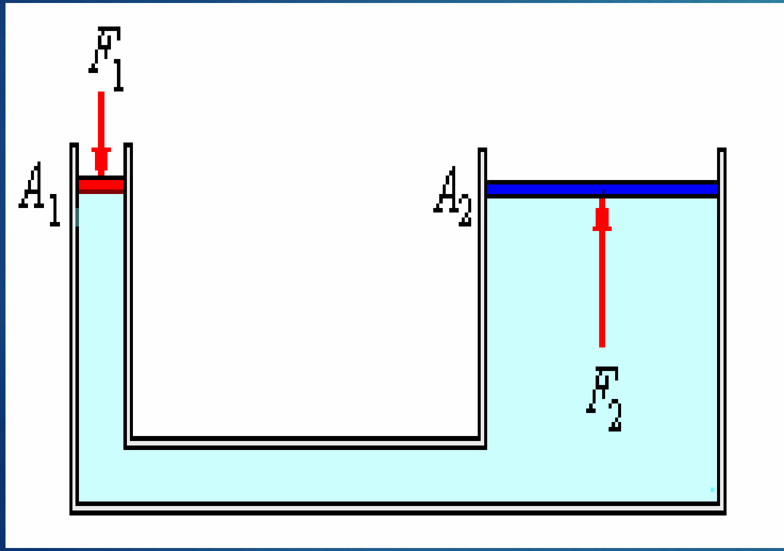



La presión en el nivel x y (x prima ) es la misma por que están al mismo nivel y es el mismo liquido ( agua )

$$\rho_{agua} g h_1 = \rho_{aceite} g h_2 \Rightarrow \rho_{aceite} = \frac{h_1}{h_2} \rho_{agua}$$

# EL PRINCIPIO DE PASCAL

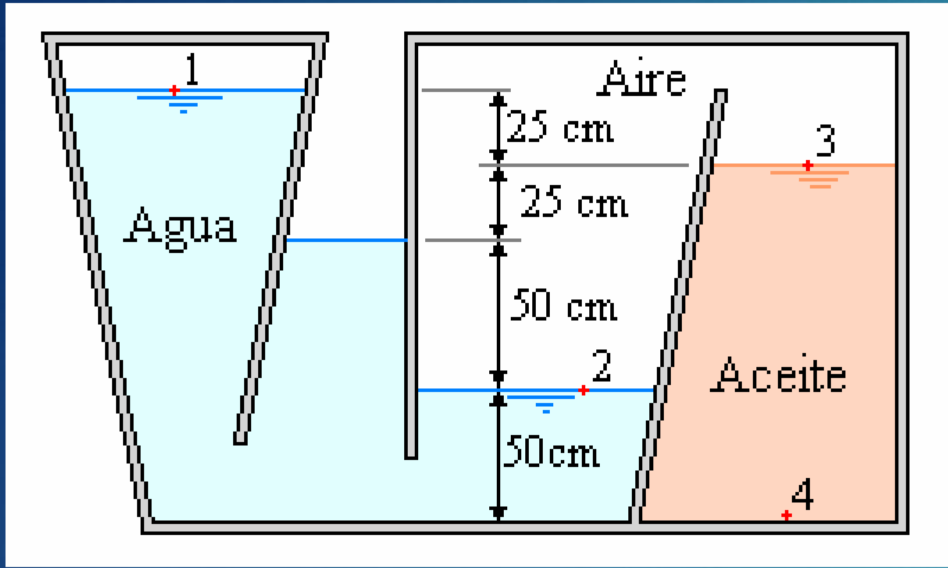
Si mediante algún método o sistema externo aumentamos la presión en la superficie, la presión en todos los puntos del fluido sufrirá igual aumento, es decir, “el cambio de presión en alguna parte del fluido confinado introduce el mismo cambio de presión en todas partes del fluido”. Enunciado que corresponde al Principio de Pascal. Frecuentemente utilizado en la práctica de la ingeniería con la prensa hidráulica.




$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Mientras mayor sea la relación entre las áreas de los pistones, mayor es la fuerza ejercida sobre el pistón mayor.

Ejemplo 3. Calcular la presión en los puntos 1, 2, 3 y 4 en el sistema mostrado en la figura. Densidad específica del aceite = 0,9




Presión en 1:

$$p_1 = p_{atm} - (0{,}25 + 0{,}25)\rho_{agua}\, g$$
$$= 1{,}033 \times 10^5 - 4900$$
$$= 98400 \text{ Pa}$$

Presión en 2:

$$p_2 = p_{atm} + (0{,}50)\rho_{agua}\, g$$
$$= 1{,}033 \times 10^5 + 4900$$
$$= 108200 \text{ Pa}$$

$$p_3 = p_2 - (0{,}75)\rho_{aire}\, g$$

Como la densidad del aire es 1000 veces manos que la del agua podemos considerar

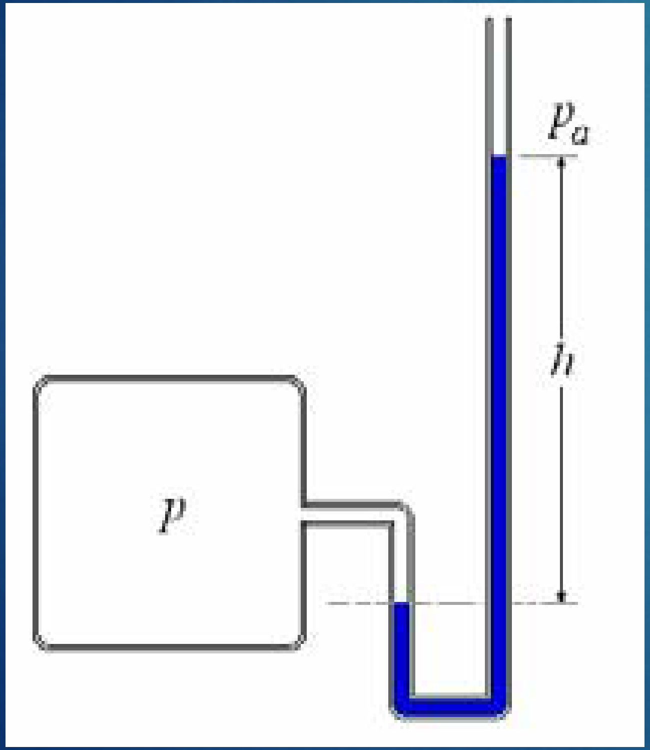
$$p_3 = p_2 = 108200 \text{ Pa}$$

Presión en 4:

$$p_4 = p_3 + (1{,}25)\rho_{aceite}\, g$$
$$= 108200 + 11025$$
$$= 119225 \text{ Pa}$$

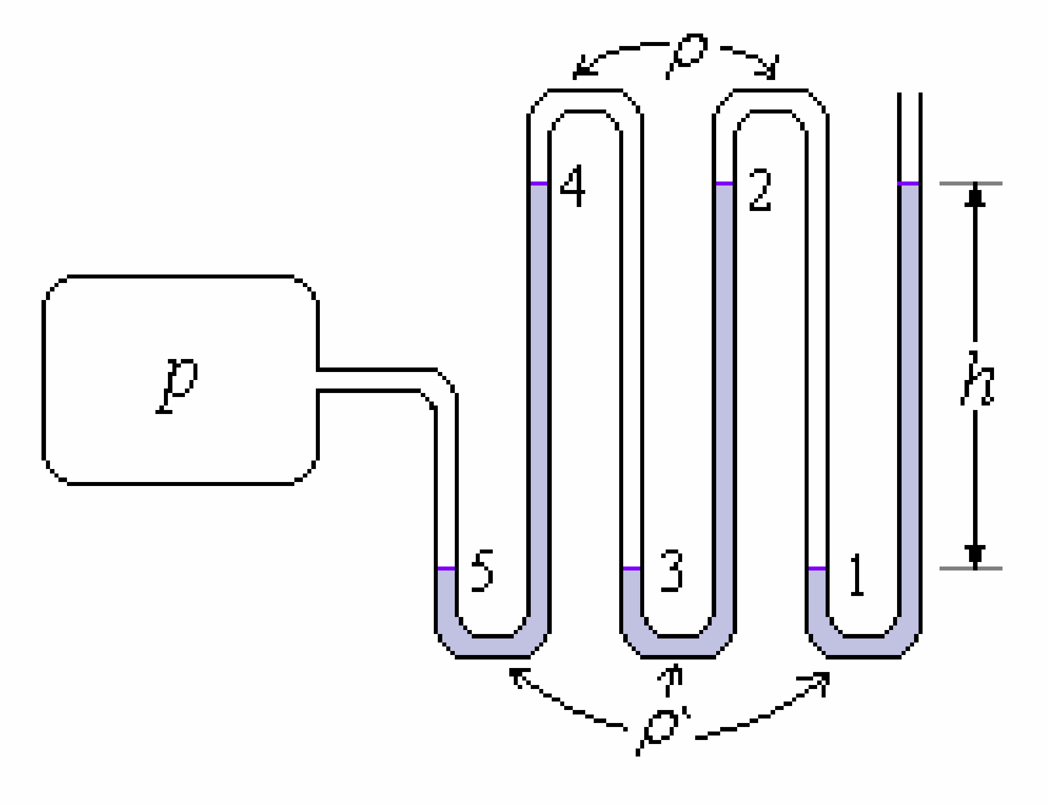
Manómetro en U de líquido, para presiones relativas de gases

La columna en U contiene un líquido (líquido manométrico), por ejemplo agua, de modo que en la situación de equilibrio, cuando la presión p en el recipiente que contiene un gas es mayor que la atmosférica, la condición de equilibrio indicada en la figura




$$P = P_a + \rho_l \; g \, h$$

# Ejemplo 5. Determinar la presión p de un gas, en el manómetro mostrado en la figura.




Podemos determinar sucesivamente las presiones de los puntos indicados en la figura:

$$p_1 = p_a + \rho' gh$$

$$p_2 = p_1 - \rho gh = p_a + (\rho' - \rho)gh$$

$$p_3 = p_2 + \rho' gh = p_a + (2\rho' - \rho)gh$$

$$p_4 = p_3 - \rho gh = p_a + 2(\rho' - \rho)gh$$

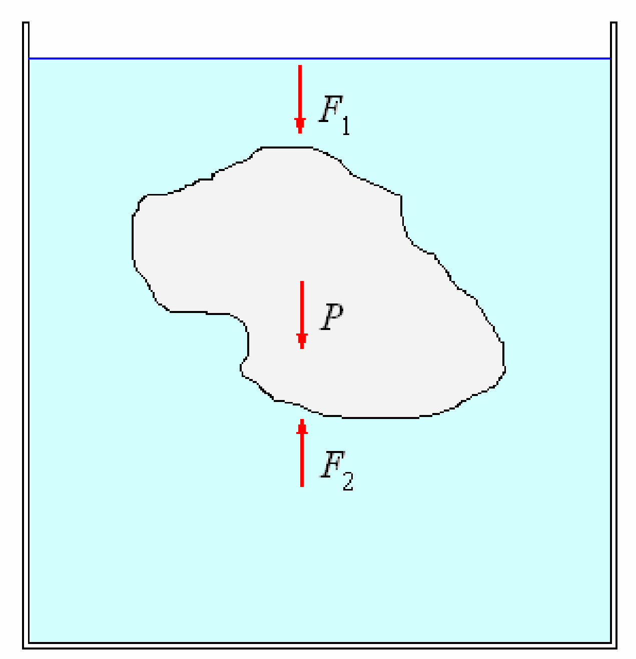
$$p_5 = p_4 + \rho' gh = p_a + (3\rho' - 2\rho)gh$$

$$p = p_5 = p_a + (3\rho' - 2\rho)gh$$

**EL PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES**.

Cuando un objeto se sumerge en un fluido (un líquido o un gas), experimenta una fuerza ascendente de la flotabilidad porque la presión en el fondo del objeto es mayor que en la parte superior. El gran científico griego Arquímedes (287-212 B.C.) hizo la observación cuidadosa siguiente, ahora llamada el principio de Arquímedes.

Cualquier objeto totalmente o parcialmente sumergido en un fluido es empujado para arriba por una fuerza igual al peso del fluido desplazado.




La fuerza neta hacia arriba debido al fluido se llama la fuerza Empuje, así

$$F_1 + P = F_2$$

$$P = F_2 - F_1$$

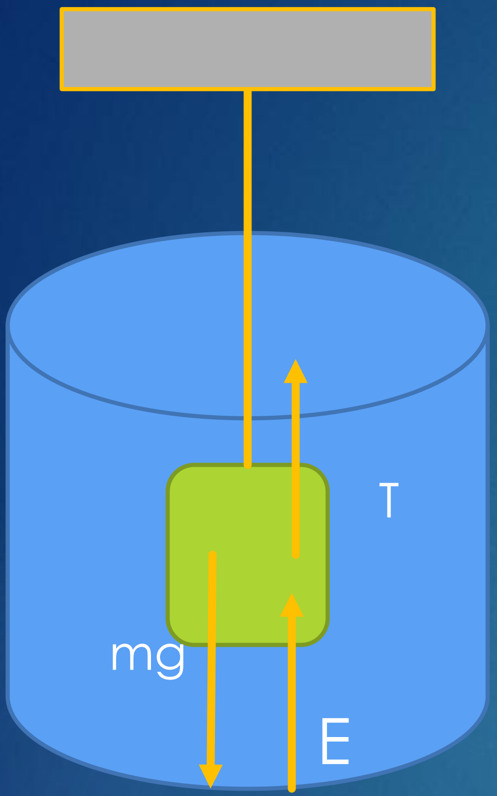
$F = P$

O sea que la fuerza de empuje $F_E$ es $F_E = \rho g V$ donde $\rho$ es la densidad del fluido, y $V$ es el volumen del cuerpo sumergido.

**Ejemplo 6.** Un pedazo de aluminio se suspende de una cuerda y se sumerge completamente en un recipiente con agua. La masa del trozo de aluminio es de 1 kg. Calcule la tensión de la cuerda antes y después de sumergir el trozo de aluminio.

La tensión antes es simplemente el peso del trozo de aluminio es decir

$$T = mg = 9.8 * 1 = 9.8\ N$$




$$T + E \; = mg$$

$$T \; = mg - E$$

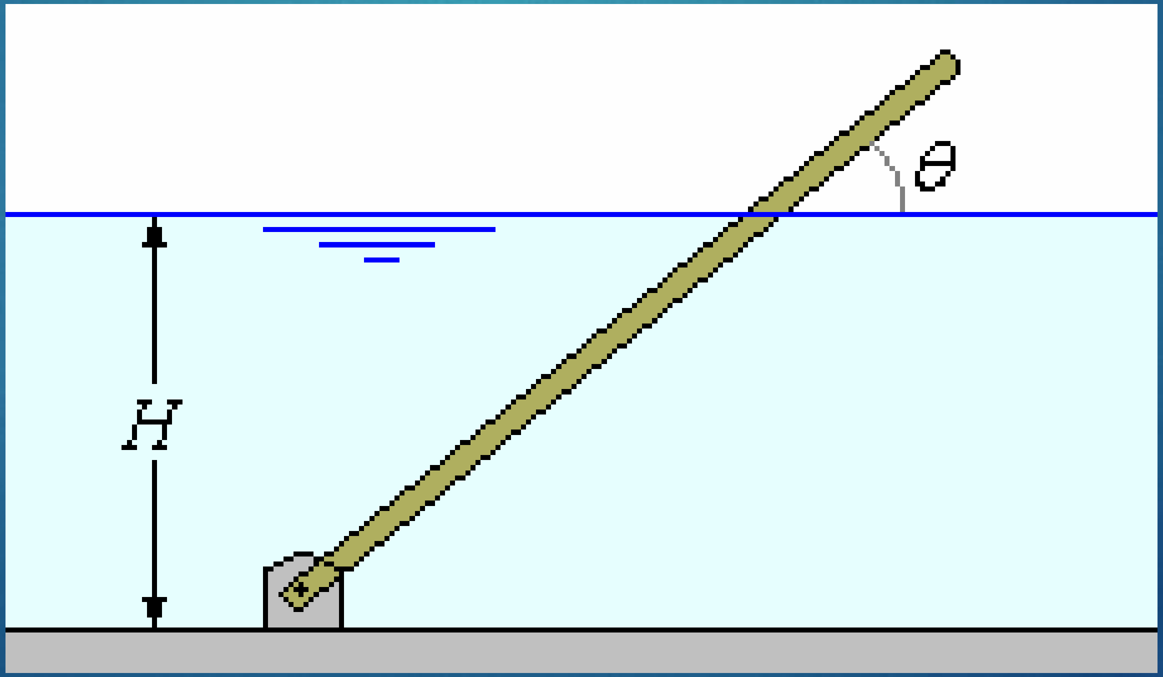
$$= \; 9.8 - \; \rho \, g \; V$$

$$E \; = \rho_l g V_{sol} = 1000 \; (9.8) \, \frac{m}{\rho_{sol}} = 9800(\frac{1}{2700})$$

E = 3.63 N

T = 9.8 N - 3.63 N = 6.17 N

**Ejemplo 7**. Una barra homogénea de peso $P$ , área de sección transversal $A$ y longitud $L$ flota en agua con uno de sus extremos anclados a una profundidad $H$ , tal como se muestra en la figura. Considerando el espesor de la barra pequeño, determinar el ángulo θ de equilibrio. Densidad del líquido = ρ .          Solución



$$y = \frac{H}{\operatorname{sen}\theta},\ x_1 = \frac{H}{2\tan\theta},\ x_2 = \frac{L}{2}\cos\theta$$

Determinación del empuje:

$$E = \rho g V_{Sumergido} = \rho g A y = \rho g A \frac{H}{\operatorname{sen}\theta}$$

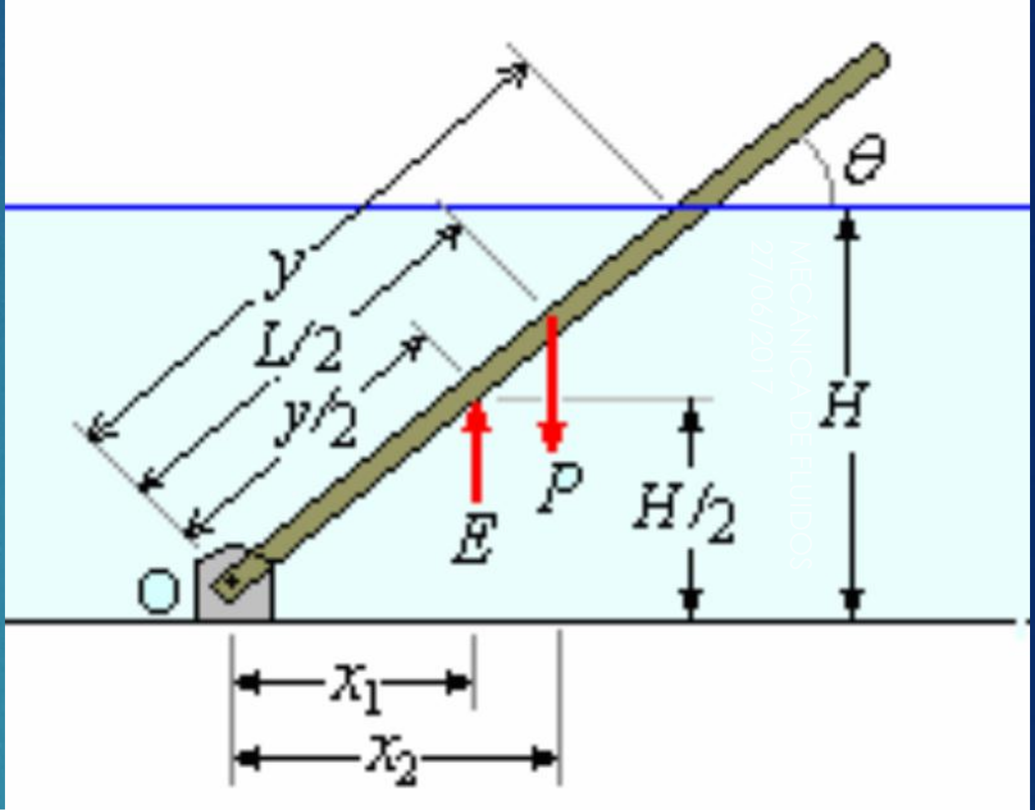
$$\sum \tau_O = 0$$

O sea, $Px_2 = Ex_1$

Sustituyendo valores:

$$P\left(\frac{L}{2}\cos\theta\right) = \rho g A \frac{H}{\operatorname{sen}\theta}\left(\frac{H}{2\tan\theta}\right)$$

$$= \frac{\rho g A H^2 \cos\theta}{2\operatorname{sen}^2\theta}$$




$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{\rho g A H^2}{PL}$$

$$\Rightarrow\ \operatorname{sen}\theta = H\sqrt{\frac{\rho g A}{PL}}$$

Finalmente:

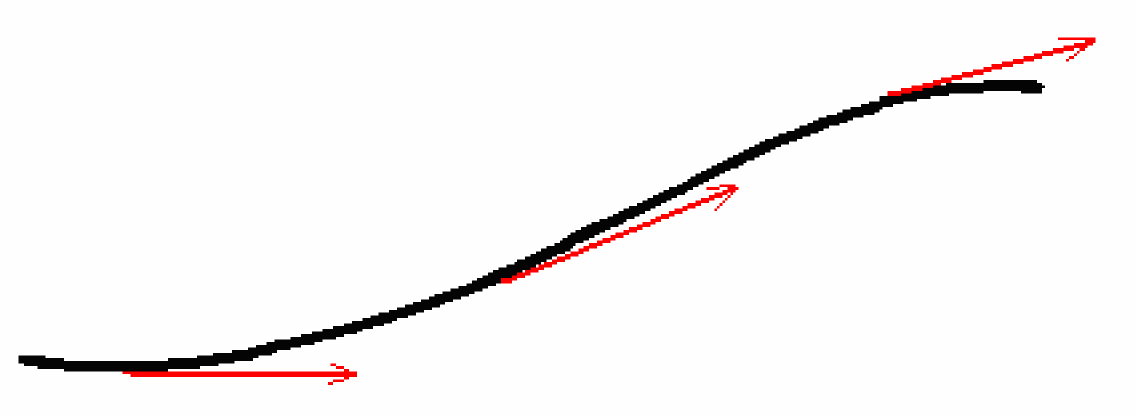
$$\theta = \operatorname{arc\,sen} H\sqrt{\frac{\rho g A}{PL}}$$

# DINÁMICA DE FLUIDOS - MOVIMIENTO DE UN FLUIDO

El flujo describe el cambio en la posición de las partículas del fluido en el tiempo. La descripción Comp1eta del movimiento de un fluido es compleja por lo tanto, en el tratamiento que utilizaremos será necesario suponer algunas simplificaciones.



**LÍNEA DE FLUJO.** Es una línea imaginaria continua que denota en cada uno de sus puntos la dirección del vector velocidad del fluido.



# CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL FLUJO DE FLUIDOS:

El flujo puede clasificarse como estacionario (o estable) y no estacionario
uniforme y no uniforme,
laminar (o irrotacional) o turbulento (o rotacional),
compresible e incompresible
y viscoso y no viscoso.

Un flujo es **estacionario** cuando los parámetros del flujo (velocidad, densidad., presión) son independientes del tiempo y la temperatura o sea que no cambian. Cuando ocurre lo contrario el flujo es **no estacionario**.

Un flujo en un campo **es uniforme** cuando el vector veocidad es constante e igual en todos los puntos de aquel campo y es **no uniforme** cuando el vector velocidad está variando.

Un flujo es **turbulento** cuando las partículas del fluido tienen un movimiento irregular, caótico causando pérdidas de energía proporcionales al cuadrado de la velocidad, lo contrario ocurre cuando el movimiento es suave, ordenado, sus pérdidas son proporcionales a la velocidad y se conoce como flujo **laminar.**

Experimentalmente se ha encontrado que hay una combinación de cuatro factores que determinan si el f1ujo por un tubo es laminar. Esta combinación es conocida domo el **Número de Reynolds**, NRe y se define como

$$N_{\mathrm{Re}} = \frac{\rho \bar{v} D}{\eta}$$

Donde:

$\rho$ = densidad

$\bar{v}$ = velocidad promedio

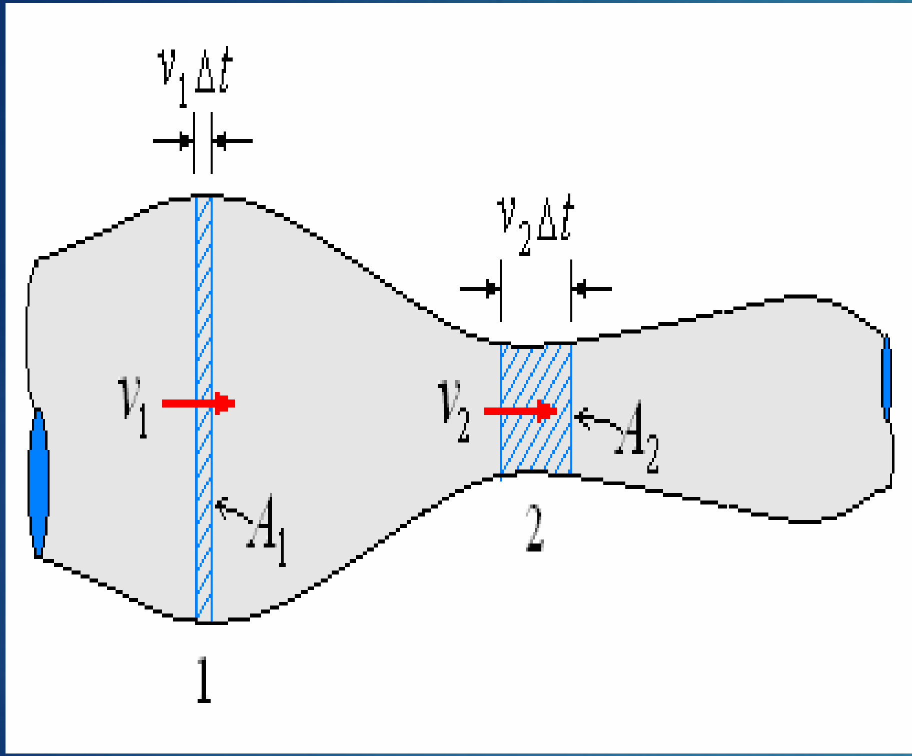
$\eta$ = viscosidad .

$D$ = diámetro de la tubería

Se observa que hasta el valor de Nre = 2000 el flujo es laminar
y para valores mayores de 3000 el flujo es turbulento.

# ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD.

De la conservación de la masa del líquido en un tubo del flujo, resulta inmediatamente la ecuación de la continuidad.




en el tubo de flujo, sin haber ingresado o salido partículas. Tal que $\Delta m_1 = \Delta m_2$.

Pero $\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$ y

$\Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$

Donde $\Delta V_1$ y $\Delta V_2$ son los volúmenes del líquido en las secciones 1 y 2 respectivamente y $\rho_1$ y $\rho_2$ son las densidades del líquido en 1 y 2.

De tal manera que: $\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t \Rightarrow$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Si la densidad es la misma en cada punto entonces se tiene

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



**Ejemplo 7**. El agua fluye en una manguera de jardín de diámetro interior 2 centímetros a una velocidad de 1,2 m/s. ¿Con qué velocidad emergerá de un eyector del diámetro 0,5 centímetros?

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi(0{,}01)^2}{\pi(0{,}025)^2}(1{,}2) = 4{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

# ECUACIÓN DE BERNOULLI.

Al aplicar las leyes de Newton a los fluidos en movimiento se obtiene la ecuación de Bernoulli.

Si $\rho$ constante, integrando obtenemos:

$$p + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}$$

La misma que puede ser obtenida por la conservación de energía , siendo por supuesto, equivalente. Como la ecuación de Bernoulli es válida para cualquier sección, entre dos puntos cualesquiera, se podrá escribir

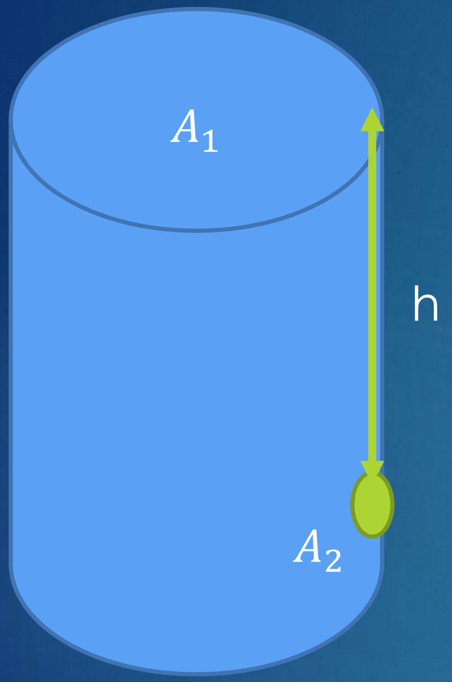
$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Adicionalmente podemos decir que cuando existen pérdidas por la presencia de fuerzas viscosas, ésta expresión de la ecuación de Bernoulli se modificará escribiéndose.

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \text{pérdidas}$$

**Fórmula de Torricelli:**

Permite calcular la velocidad $v_2$ con que sale un líquido de un recipiente con un agujero a una distancia $h$ de la superficie.




$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Solución: utilizando la ecuación de Bernoulli con las siguientes condiciones :

$P_1 = P_2$ = pa ( presión atmosférica )

Si el área del tanque es mucho mayor del orificio

$A_1 >> A_2$

$v_1 = 0$

$Z_1 = h$ y $z_2 = 0$

$$\rho \, g \, h = \frac{1}{2} \rho \, v_2^2$$

$$\sqrt{2 \, g \, h} = v_2$$

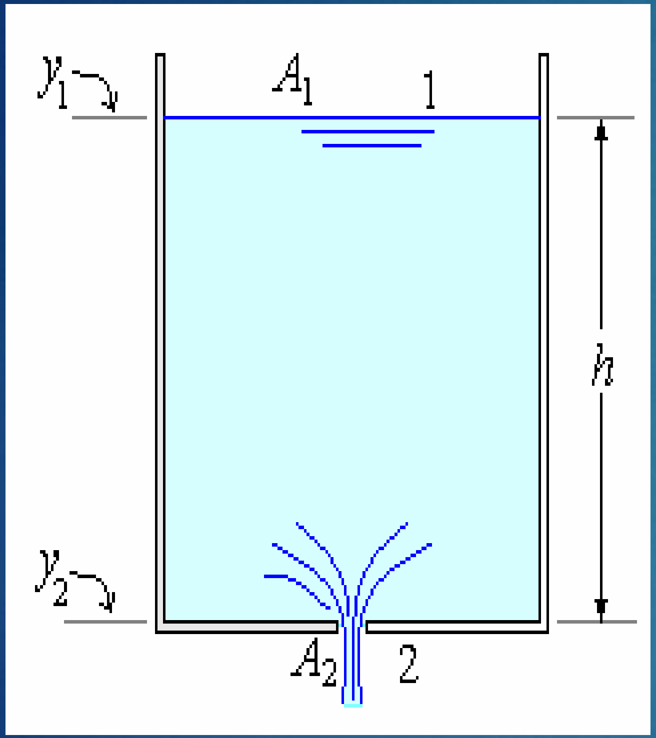
que es la misma velocidad que tendría en caída libre desde una altura $h$.

**Una bola en un chorro de aire.**

Una bola ligera se puede mantenido en un chorro de aire como se muestra en la figura. Una pelota de ping-pong puede hacerse flotar sobre un chorro de aire (algunas aspiradoras pueden soplar aire), si la pelota comienza a dejar el chorro de aire, la presión más alta de afuera del chorro empuja la pelota de nuevo hacia éste como se muestra en la figura siguiente.

Explicar el fenómeno

## **Ejemplo 8. Velocidad de salida de un líquido** Velocidad de salida de un líquido a través de un orificio




**Solución.** Aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 2 tenemos

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Como en 1 y 2 la presión es la presión atmosférica, la expresión se reduce a

$$\rho g y_1 - \rho g y_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 \Rightarrow$$

$$g(y_1 - y_2) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad (1)$$

Por la ecuación de la continuidad $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \qquad (2)$$

Como $(y_1 - y_2) = h \qquad (3)$

Reemplazando (2) y (3) en (1), obtenemos:

$$gh = \frac{1}{2}\left[v_2^2 - \left(\frac{A_2}{A_1} v_2\right)^2\right]$$

$$\Rightarrow \; gh = \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right] v_2^2$$

Finalmente:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

adicionalmente se puede calcular el tiempo de vaciado del tanque ,para este cálculo usaremos la velocidad con que baja el fluido, es decir $v_1$

$$v_1 = \frac{dy}{dt}$$

Por ecuación de continuidad

$$\frac{dy}{dt} = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

$$dt = \frac{A_1}{A_2} \frac{1}{v_2} dy$$

$$dt = \frac{A_1}{A_2} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{2\,g\,y}{1-\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}}} dy$$

$$dt = \frac{A_1}{A_2} \sqrt{\frac{1-\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}{2g}} \frac{1}{\sqrt{y}} dy$$

$$\int_0^t dt = -\int_h^0 \frac{A_1}{A_2} \sqrt{\frac{1-\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}{2g}} \frac{1}{\sqrt{y}}\, dy$$

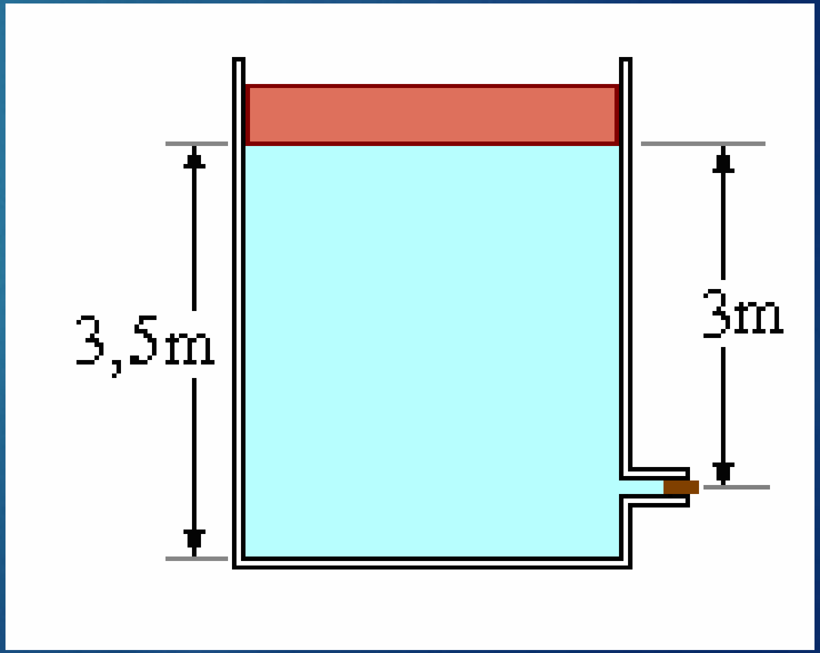
$$= \frac{2A_1}{A_2} \sqrt{\frac{1-\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}{2g}}\, h^{1/2}$$

Un depósito de agua está cerrado por encima con una placa deslizante de 12 m2 y 1200 kg.

a) El nivel del agua en el depósito es de 3,5 m de altura. Calcular la presión en el fondo.

b) Si se abre un orificio circular de 5 cm de radio a medio metro por encima del fondo, calcúlese el volumen de agua que sale por segundo por este orificio. (Se considera que el área del orificio es muy pequeña frente al área del depósito).

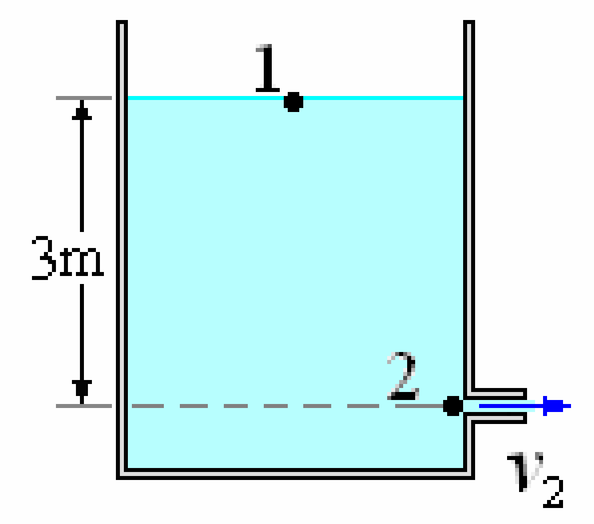
Considere la presión atmosférica como $p_a = 10^5 pa$



a) Presión en el fondo = $p$ atmosférica + $p$ ejercida por la placa + $p$ columna de fluido

$$p = 10^5 + \frac{1200 \times 10}{12} + 1000 \times 10 \times 3{,}5$$

$$= 1{,}36 \text{ x } 10^5 \text{ Pa}$$




$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

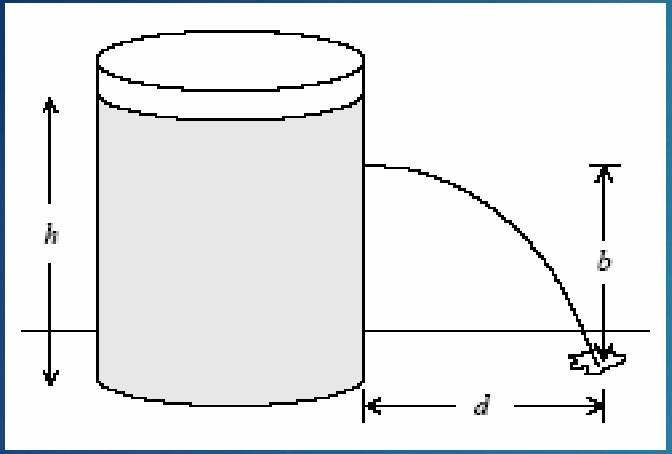
$$p_1 = 10^5 + \frac{1200 \times 10}{12} = 1{,}01 \text{ x } 10^5 \text{ Pa}$$

$y_1 = 3\text{m}$, $y_2 = 0$, $v_1 \approx 0$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$31000 = \frac{1}{2} 1000 v_2^2 \Rightarrow v_2 = 7{,}87 \text{ m/s}$$

Gasto $= A_2 v_2 = \pi\,(0{,}05)^2(7{,}87) = 0{,}062 \text{ m}^3/\text{s}$

**Ejemplo** Suponga que el nivel de un líquido (agua) en un tambor tiene una altura $h$. A una altura $b$ se hace una pequeña perforación lateral que permite que el agua emerja horizontalmente. ¿A qué altura debe hacerse la perforación para que el alcance $d$ del agua se máximo?




**Respuesta.** $b = h/2$.