**CAPITUO II**

**Movimiento oscilatorio**

Las vibraciones u oscilaciones de los sistemas mecánicos constituyen uno de los campos de estudio más importantes de toda la física. Virtualmente todo sistema posee una capacidad de vibración y la mayoría de los sistemas pueden vibrar libremente de muchas maneras diferentes. Las ondas luminosas que nos permiten ver son ocasionadas por vibraciones. Nos movemos porque hacemos oscilar las piernas. Ni siquiera podremos decir correctamente "vibración" sin que oscile la punta de nuestra lengua.. Incluso los átomos que componen nuestro cuerpo vibran.

**Oscilaciones Sinusoidales** La razón físicaconsiste en que realmente se presentan oscilacionespuramente sinusoidales en una gran variedad desistemas mecánicos, siendo originadas por fuerzasrestauradoras que son proporcionales a losdesplazamientos respecto al equilibrio.

Si, por ejemplo, tenemos un cuerpo sujeto a un resorte, la fuerza ejercida sobre el mismo cuando el

desplazamiento respecto al equilibrio es *x* puede describirse en la forma

*F x* = − *k1 x* + *k2 x* + *k3 x*  donde *k*1*, k*2*, k*3*,* etc., son una serie de constantes, y siempre



**PENDULO SIMPLE**

De la segunda ley de Newton

$ m \frac{d^{2}S}{dt^{2 }}=-mgsenθ$ 1

S = θ L

 $\frac{d^{2}S}{dt^{2 }}=L\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}$

 Remplazando en ec 1

$m L\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}=-mgsenθ$

$\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}+\frac{g}{L}senθ=0$ Ecuación diferencial de segundo orden

Sea $\frac{g}{L}=ω^{2}$

$\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}+ω^{2}senθ=0$ Cuya solución es:

w= w0 sen ( w t +α)

y el periodo es

$T=\frac{2\*Π}{w}$ =$ \frac{2\*Π}{\sqrt{\frac{g}{L}}}=2Π\sqrt{\frac{L}{g}}$

OSCILADOR DE TORSIÓN

$Ʈ$ = - Kθ

 Y por la segunda ley de Newton

$Ʈ$ = I $α$ donde I es el momento de inercia y αes la aceleración angular

I $\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}=-K θ$ $=$

 $\frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}+ \frac{K}{I} θ=0$

 $ w^{2}=\frac{K}{I}$ y por lo tanto el periodo

 $T=\frac{2Π}{w} =2Π\sqrt{\frac{I}{K}} $

PÉNDULO FÍSICO

El momento respecto del eje tiene un módulo de Mg senθ

$Ʈ$ = - Mg d sen θ

$si seno= θ$ Para ángulos pequeños en radianes

$Ʈ$ = - Mg d θ

$Ʈ$ = - K θ donde K = Mgd

Por la segunda ley de Newton para dinámica de cuerpo rígido

$Ʈ$ = I α

 I α = - Mg d θ

 $ I \frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}=-Mgd θ$

$$ \frac{d^{2}θ}{dt^{2 }}+Mgd\frac{θ}{I}=0$$

$$ω^{2}=Mgd$$

Si T = 2Π/ω

$ T=2 Π/ω$ = $ 2 Π \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$

MOVIMIENTO OSCILATORIO AMORTIGUADO

En este movimiento además de la fuerza recuperadora del resorte actua otra fuerza la de rozamiento debido a un fluido ( aire , agua ).

Entonces la fuerza resultante según la segunda ley de Newton se tendrá.

$$M a= -K x - λv $$

$$\frac{d^{2}x}{dt^{2 }}+\left(\frac{K}{M}\right) x+\left(\frac{λ}{M}\right)\frac{dx}{dt}=0$$

W2 = K/M frecuencia angular sin amortiguamiento.

λ/M = 2 γ coeficiente de amortiguamiento

$\frac{d^{2}x}{dt^{2 }}+2 γ\frac{dx}{dt}+ \left(ω^{2}\right) x=0$ ecuación diferencial cuya solución (tres casos ) depende del coeficiente de amortiguamiento y de la frecuencia angular.

Ejercicios propuestos y resueltos .

1. Si el periodo de vibración es de 24 s y la fase inicial es igual a cero.¿ cuánto tiempo transcurrirá desde el inicio del movimiento armónico hasta que el punto vibrante tenga una elongación igual a la mitad de la amplitud.
2. Si la ecuación de las vibraciones de un punto material de masa m = 1.6 x 10-2 kg. tiene la forma. x = 0.1 sen ( Π t /8 + Π/4). ¿Hallar la fuerza máxima.
3. Un cuerpo de masa m como se muestra está unido a dos resortes de constates K1 y K2 sometidas a un campo gravitatorio. Hallar el periodo de oscilación del sistema.
4. La energía total de un cuerpo que realiza un movimiento armónico es igual a 3 x 10-5 J y la fuerza máxima que actúa sobre el es igual a 1.5 x 10-3 N . ¿ escribir la ecuación de movimiento de este cuerpo si el periodo de las vibraciones es igual a 2 s y la fase inicial es de 60° .
5. Un cilindro flota con su eje en posición vertical en un líquido de densidad ρ . se empuja levemente hacia abajo y luego se deja libre. Hallar el periodo de oscilación si el cilindro tiene un peso W y sección transversal S.



1. Un péndulo simple formado por una cuerda de 1 m y de una esfera de 1kg. si se suelta en t= 0 y forma un ángulo de 0.1 rad con la vertical con una velocidad angular inicial de 0.5 rad/s. obtenga una expresión para el desplazamiento angular en función del tiempo, suponga que la velocidad inicial es de 0.5 rad/s .
2. Halla la ecuación y la frecuencia angular del sistema mostrado en la figura .



1. Un peso unido a un resorte vertical esta forzado a vibrar de acuerdo con la ecuación \* es w >0 una constante. Si para t = o, x = 0 a ) hallar x en función del tiempo t , b) el periodo de la fuerza externa para la cual la resonancia ocurre.

$\frac{d^{2}x}{dt^{2 }}+16 x=12 sen wt$ \* Donde x es el desplazamiento de la posición de equilibrio y w >0

1. Hallar el periodo de vibración y la velocidad máxima alcanzada por el bloque en el esquema representado en la figura .



1. Demostrar que en el movimiento oscilatorio amaortiguado la velocidad esta dada por v = A e –γt sen(wt+ + α + δ)
2. En la figura se muestra a una pequeña esfera sujeta dos resortes idénticos. determine el periodo de las pequeñas oscilaciones del sistema. Desprecie los efectos gravitacionales.

Resp. T = 2 \* pi \* (m/k)1/2

1. Un bloque de masa desconocida se une a un resorte de constante igual a 65 N/m y experimenta un MAS. Con una amplitud igual a 10 cm. cuando la masa está a la mitad de camino entre su posición de equilibrio y el punto extremo. se mide su velocidad y se encuentra un valor igual a 30 cm /s. calcule.
2. La masa del bloque.
3. El periodo del movimiento.
4. La aceleración máxima del bloque.
5. Dos osciladores forzados formados por el sistema muelle- masa tiene la misma fuerza impulsora, constante de amortiguamiento y masa. sin embargo la constante elástica del sistema A es cuatro veces la del sistema B. Si los sistemas están débilmente amortiguados. como están relacionados su frecuencias de resonancia.
6. Dos osciladores forzados formados por el sistema muelle- masa tiene la misma fuerza impulsora, constante de amortiguamiento y masa. sin embargo la longitud del sistema A es cuatro veces la del sistema B. Si los sistemas están débilmente amortiguados. como están relacionados sus frecuencias de resonancia.
7. Un disco uniforme y delgado de 5 kg cuyo radio es de 20 cm puede girar ligeramente en torno a un eje horizontal fijo perpendicular al disco y que pasa por su borde . el disco se desplaza ligeramente del equilibrio y se suelta. . Halle el periodo del movimiento amónico simple que se produce.
8. Un reloj de péndulo funciona bien en la superficie de la tierra. ¿en que situación el erro será mayor , si el reloj se baja a una profundidad h o si se eleva a una altura h. suponer que h<< RT ,  RT es el radio de la tierra..
9. Una masa *m* se conecta a dos resortes de constantes fuerza *k1* y *k2* como en las figuras a, b y c. En cada caso, la masa se mueve sobre una superficie sin fricción al desplazarse del equilibrio y soltarse. Encuentre el periodo del movimiento en cada caso.



1. Al suspender un cuerpo de masa *m* de un resorte de constante *k*1, y separarlo ligeramente de su

Posición de equilibrio, el sistema oscila con una frecuencia *f*1. Si ahora este resorte se monta como

Indica la figura, junto con otros dos, de constantes *k*2 = 2*k*1 y *k*3 = 4*k*1, utilizando una barra de peso

despreciable, ¿cuál será la nueva frecuencia propia del sistema con relación a la anterior? A es el punto medio de la barra.

 

1. En el diagrama de la figura el resorte tiene masa despreciable y una longitud de 20cm

Cuando está sin deformar. Un cuerpo de 2kg. Unido al resorte puede moverse sobre una superficie plana horizontal lisa. A dicho cuerpo se le ata un hilo que pasa por una polea sin rozamiento y del cual pende un cuerpo de 4kg. El sistema se halla inicialmente en reposo en la posición representada y la longitud del resorte comprimido es de 15cm. Se corta entonces el hilo y el cuerpo de 2 kg empieza a oscilar con movimiento armónico simple.

 